Zusatz zu Kapitel 3

Terminologie
Obere Abschätzung von X ist Y, wenn $X \leq Y$.

Lemma
Sei Matrix A symmetrisch und positiv definit $\Rightarrow$ $\| A x \|_2 \leq \| A \|_2 \cdot \| x \|_2 = \lambda_{max} \cdot \| x \|_2$ (*)

Definition
Gradient Lipschitz-stetig := es ex. $L > 0$: $\| \nabla f(x) - \nabla f(y) \| \leq L \cdot \| x - y \|$ für alle x,y

Beispiel
$f(x) = ½ x'Ax$ mit $\nabla f(x) = Ax$

$$\| \nabla f(x) - \nabla f(y) \|_2 = \| Ax - Ay \|_2 = \| A(x - y) \|_2 \leq \| A \|_2 \cdot \| x - y \|_2 = \lambda_{max} \cdot \| x - y \|_2$$

1. Man kann keine Konstante $L > 0$ angeben, die kleiner als λ_{max} ist, weil (*) scharfe Abschätzung.
2. Es gilt also: $\lambda_{max} \leq L$. Der größte Eigenwert ist nach oben beschränkt (durch L).