technische universität
dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Algorithm Engineering

Übungen zur Vorlesung

Praktische Optimierung, SoSe 2012

Günter Rudolph, Nicola Hochstrate, Fritz Boekler, Bernd Zey
http://ls11-www.cs.tu-dortmund.de/people/rudolph/teaching/lectures/POKS/SS2012/lecture.jsp

Blatt 5, Block A

10.05.2012

Abgabe: 18.05.2012, 10 Uhr

Geben Sie Ihre Bearbeitung (Text und Abbildungen) als eine pdf-Datei oder handschriftlich ab und schicken Sie Ihren programmierten R-Code; Abgaben bitte bei Bernd Zey, OH 14, Raum 237 (email: `Bernd.Zey@tu-dortmund.de`).

Aufgabe 5.1: Lineare Programmierung — Cocktail (5 Punkte)
Ein junger Barkeeper möchte bei seinem Chef auffallen und einen neuen Cocktail entwerfen. Der Cocktail soll besonders gesund sein und die empfohlene Tagesdosis von Vitamin C, Eisen und Calcium abdecken (Vitamin C: 60 mg, Eisen: 14 mg, Calcium: 800 mg). Als Zutaten stehen dabei vier Säfte zur Verfügung, die hier einfach mit $S1$, $S2$, $S3$ und $S4$ bezeichnet werden.

$S1$ enthält pro Mengeneinheit (ME) 6 mg Vitamin C, 1,5 mg Eisen und 10 mg Calcium, $S2$ 2 mg Vitamin C, 0,5 mg Eisen und 20 mg Calcium, $S3$ 10 mg Vitamin C, 0 mg Eisen und 15 mg Calcium und $S4$ 20 mg Vitamin C, 1 mg Eisen und 2 mg Calcium.

Um einen guten Geschmack zu gewährleisten darf das Verhältnis von $S1$ zu $S2$ nicht kleiner als 1 : 4 sein. Da außerdem $S4$ eine besondere Farbe hat sollte es mindestens 2% des Getränks ausmachen.

Die Säfte sind unterschiedlich teuer so dass 1 ME von $S1$ 0,05 €, von $S2$ 0,06 €, von $S3$ 0,04 € und von $S4$ 0,02 € kostet. Um den Cocktail später möglichst gewinnbringend zu verkaufen sollen die Herstellungskosten so gering wie möglich sein.

(a) Formulieren Sie das Problem als lineares Programm.

(b) Verwenden Sie einen LP-Solver ihrer Wahl um das lineare Programm zu lösen (z.B. mit `glpk` oder/und dem R-Paket `Rglpk`). Wie lautet die optimale Lösung und der Zielfunktionswert?

(c) Beschränken Sie die Variablen auf ganzzahlige Werte. Wie lautet nun die optimale Lösung und der Zielfunktionswert?

Aufgabe 5.2: Branch & Cut (5 Punkte)
Betrachten Sie das folgende ganzzahlige lineare Programm:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 2x_1 + x_2 & \\
\text{s.t.} \quad & 0.5x_1 + 2x_2 \leq 8 & (1)\\
& x_1 + 2x_2 \leq 11 & (2)\\
& 3x_1 + x_2 \leq 18 & (3)\\
& x_1 \leq 6 & (4)\\
& x_2 \leq 5 & (5)\\
& x_1, x_2 \in \mathbb{N}_0 &
\end{aligned}
$$

Lösen Sie das ILP mit Hilfe eines Branch&Cut-Algorithmus grafisch und visualisieren Sie den Branch-&Bound-Baum; die Lösungen der LP-Relaxierungen können Sie dabei ablesen.

Nehmen Sie an, dass im initialen LP nur die Nebenbedingungen (4) und (5) gegeben sind und von einer Separations-Routine die drei Ungleichungen (1), (2) und (3) ausgegeben werden können; weitere Nebenbedingungen existieren nicht.

Wie sehen die Lösungsräume der Subprobleme aus? Was sind die optimalen Lösungen und wie lautet die ausgegebene optimale Lösung für das ILP?