

Übungen zur Vorlesung

**Praktische Optimierung, SoSe 2022**

Prof. Dr. Günter Rudolph, Dr. Roman Kalkreuth

<https://ls11-www.cs.tu-dortmund.de/people/rudolph/teaching/lectures/POKS/SS2022/lecture.jsp>**Blatt 4, Block A**

03.05.2021

**Abgabe: 10.05.2021****Aufgabe 4.1: Attraktionsgebiete (6 Punkte)**

In dieser Aufgabe wollen wir mithilfe verschiedener Algorithmen Attraktionsgebiete für die Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 21 \sin(x) \cos(y) + 2(|x|^2 + |y|^2) + 0.25y, \quad x, y \in [-10, 10]$$

bestimmen, die minimiert werden soll.

Verwenden Sie die nachfolgenden Algorithmen jeweils mit Defaultwerten, falls keine anderen Werte angegeben sind:

1. Kompasssuche (bereitgestellte `kompasssuche3`)
2. BFGS (mithilfe von `optim`)
3. L-BFGS-B (mithilfe von `optim`)

Zur Bestimmung der Attraktionsgebiete sollen die verschiedenen Algorithmen jeweils von allen 2601 Gitterpunkten gestartet werden, die als `grid` im bereitgestellten R-Code gegeben sind. Die Ergebnisse  $(x, y$  und  $f(x, y))$  der Algorithmen sollen auf 2 Nachkommastellen gerundet werden. Aus diesen Ergebnissen sollen die Attraktionsgebiete bestimmt werden. Beschreiben Sie ihr Vorgehen zur Bestimmung der Attraktionsgebiete. Die Attraktionsgebiete sollen mithilfe je eines 2D-Plots pro Algorithmus dargestellt werden. In den 2D-Plots sollen die  $x$ - und  $y$ -Werte aus dem Gitter mit unterschiedlichen Farben für die verschiedenen Attraktionsgebiete dargestellt werden. Außerdem soll für jedes Attraktionsgebiet das zugehörige Optimum eingezeichnet werden. Achten Sie darauf, dass die Plots möglichst selbsterklärend sind und dass Attraktionsgebiete zu den gleichen Optima für verschiedene Algorithmen in derselben Farbe dargestellt werden.

Beschreiben und interpretieren Sie die Plots. Welche Unterschiede sind zwischen den Attraktionsgebieten der Algorithmen festzustellen? Welche Schlussfolgerungen lassen sich im Bezug auf die Algorithmen ziehen?

Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  für das Auffinden der Optima  $f_i^*$  für die verschiedenen Algorithmen auf Basis der jeweils 2601 Ergebnisse, die zuvor berechnet wurden. Ist die geschätzte Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Attraktionsgebiete in etwa gleich groß oder sehr unterschiedlich? Wie groß ist die geschätzte Wahrscheinlichkeit für das Erreichen des globalen Optimums? Welcher Algorithmus scheint für die gegebene Zielfunktion am besten geeignet zu sein?

*Hinweis:* Möglicherweise sind die R-Funktionen `identical`, `order` und `unique` hilfreich.

#### Aufgabe 4.2: Multistart-Ansatz (4 Punkte)

Implementieren Sie den Multistart-Ansatz (Kapitel 5, Seite 2). Achten Sie bei Ihrer Implementierung des Multistart-Ansatzes darauf, dass Sie einen beliebigen Algorithmus zur Optimierung verwenden können, der als Eingabe eine Funktion  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  und alle Startwerte  $X^{(k)} \in \mathbb{R}^n$  sowie möglicherweise weitere Parameter erhält und als Ausgabe sowohl den optimalen Wert für  $x$  als auch für  $f(x)$  zurückgibt. Die Werte  $X^{(k)}$  sollen dem Algorithmus als Matrix übergeben werden können, damit ein fairer Vergleich verschiedener Verfahren ermöglicht wird. Die Werte  $X^{(k)}$  sollen also nicht in jeder Iteration  $k$  gezogen werden. Sie dürfen davon ausgehen, dass es mindestens zwei Starts gibt. Das Argument „...“ kann bei der Implementierung des Algorithmus hilfreich sein.

Es soll erneut die Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 21 \sin(x) \cos(y) + 2(|x|^2 + |y|^2) + 0.25y, \quad x, y \in [-10, 10]$$

minimiert werden. Verwenden sie dazu den Multistart-Ansatz und 100 gleichverteilte Zufallszahlen. Für alle Algorithmen sollen die gleichen Zufallszahlen als Startwerte verwendet werden (übergeben als Matrix mit Werten  $X^{(k)}$  für die  $k$  Iterationen). Für die Implementierung in R ist es möglicherweise sinnvoll mit  $k = 1$  statt  $k = 0$  zu beginnen.

Verwenden Sie die nachfolgenden Algorithmen jeweils mit Defaultwerten, falls keine anderen Werte angegeben sind:

1. Kompasssuche (bereitgestellte `kompasssuche3`)
2. BFGS (mithilfe von `optim`)
3. L-BFGS-B (mithilfe von `optim`)

Was sind die gefundenen Optima der verschiedenen Algorithmen? Runden Sie die Werte auf 2 Nachkommastellen. Sind diese global? Gibt es Unterschiede zwischen den gefundenen Ergebnissen?