

Übungen zur Vorlesung

Praktische Optimierung, SoSe 2022

Prof. Dr. Günter Rudolph, Dr. Roman Kalkreuth

<https://ls11-www.cs.tu-dortmund.de/people/rudolph/teaching/lectures/POKS/SS2022/lecture.jsp>

Blatt 2, Block A

19.04.2022

Abgabe: 26.05.2022

Aufgabe 2.1: Optimierung mithilfe von `optim` (4 Punkte)

Verwenden Sie die R-Funktion `optim`, um die beiden Funktionen

$$(a) f(x) = (x + 3)^2, \quad x \in [-10, 10],$$

$$(b) f(x) = x^2 - 5 \cos(10x), \quad x \in [-10, 10]$$

zu minimieren. Nutzen Sie dabei die Methoden `Brent`, `BFGS` und `L-BFGS-B`. Geben Sie, falls möglich, die Grenzen für x im Funktionsaufruf an. Verwenden Sie als Startwert $x = 2$ und nutzen Sie sonst die Defaulteinstellungen von `optim`. Plotten Sie sowohl die Funktionen als auch die Ergebnisse der Optimierungen (drei Punkte pro Funktion, je ein Punkt pro Verfahren) und sorgen Sie mithilfe von Beschriftungen dafür, dass die Grafiken verständlich sind. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.

Aufgabe 2.2: Kompassuche (6 Punkte)

Implementieren Sie die Kompassuche, wie diese in der Vorlesung beschrieben wurde. Verwenden Sie für die Menge D erst die positiven und dann die negativen Einheitsvektoren, also beispielsweise $D = \{e_1, e_2, -e_1, -e_2\}$. Die Kompassuche soll, wie in der Vorlesung beschrieben, für n Dimensionen einsetzbar sein. Die Funktion sollte den Namen `kompassuche` sowie die Argumente `f`, `x0`, `s0`, `theta` und `iters` haben. Es soll für jeden Schritt der Kompassuche $x^{(k)}$, $s^{(k)}$ und $f(x^{(k)})$ in einem Dataframe abgespeichert werden. Der Dataframe sollte am Ende die Werte für $k = 0, 1, \dots, \text{iters}$ enthalten, also eine Zeile mehr als Iterationen. Für die volle Punktzahl darf pro Iteration der Kompassuche nur ein Funktionsaufruf pro betrachteter Dimension verwendet werden.

Nutzen Sie Ihre Implementierung, um die Funktionen

$$(a) f(x) = (x + 3)^2, \quad x \in [-10, 10],$$

$$(b) f(x) = x^2 - 5 \cos(10x), \quad x \in [-10, 10],$$

$$(c) f(x, y) = x^2 + y^2, \quad x, y \in [-10, 10],$$

$$(d) f(x, y) = x \sin(x) + 3y^2, \quad x, y \in [-10, 10]$$

zu minimieren.

Betrachten sie alle möglichen Kombinationen von Parametern:

- Funktionen (a) und (b): $x^{(0)} \in \{3, 9\}$, $s^{(0)} \in \{0.5, 4\}$, $\theta \in \{0.3, 0.8\}$, `iters` = 20,
- Funktionen (c) und (d): $x^{(0)} \in \{(3, 3), (9, 9)\}$, $s^{(0)} \in \{0.5, 4\}$, $\theta \in \{0.3, 0.8\}$, `iters` = 20.

Geben Sie die Kombinationen von Parametern an, für die jeweils die beste Approximation des Optimums erreicht wird. Wird für mehrere Parameterkombinationen dieselbe Approximationsgüte erzielt, wählen Sie diejenige(n) Parameterkombination(en) aus, für welche die geringste Anzahl an Iterationsschritten der Kompassuche benötigt wird. Plotten Sie jeweils die Zielfunktion und den Verlauf der

Kompassuche bis zum Auffinden des besten Zielfunktionswerts mit den von Ihnen ausgewählten Parametern. Falls die gewählten Parameterkombinationen zu unterschiedlichen Verläufen der Kompassuche führen, sollen alle Verläufe geplottet werden, andernfalls soll nur ein Plot erzeugt werden. Nutzen Sie zum Plotten die Funktion `kompass_plot_f`, die auf der Webseite zur Verfügung gestellt ist. Beachten Sie, dass Sie unterschiedliche Eingaben für die Funktionen (a) und (b) bzw. (c) und (d) benötigen. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

Hinweis 1: Es ist nicht möglich, die 3D-Plots in Ihre pdf-Datei einzubinden. Schauen Sie sich diese stattdessen nur an. Sie können beispielsweise die Aufrufe von `kompass_plot_f`, die zur Erzeugung dieser Grafiken genutzt werden, auskommentieren.

Hinweis 2: Folgende R-Funktionen könnten nützlich sein:

`apply`, `as.data.frame`, `cbind`, `diag`, `expand.grid`, `for`, `which`, `while`.