Kevin Buchin Dortmund, den 29.11.21

Übungen zur Vorlesung

Ausgewählte Kapitel der Algorithmik – Geometrische Approximationsalgorithmen

WS 21/22

Blatt 8

Aufgabe 8.1 (Diskrepanz und (duale) Shattering Dimension)
In der Vorlesung haben wir nicht explizit die verbesserte Schranke für die Diskrepanz gegeben. Sei $S = (X, \mathcal{R})$ ein Range Space mit $|X| = n$, Shattering Dimension d und dualer Shattering Dimension d^*. Wir haben folgende Schranken für die Diskrepanz:

- $\mathrm{disc}(S) \leq C' n^{1/2-1/(2d^*)} \sqrt{\log n}$ (*entspricht Ergebnis der Vorlesung*)
- $\mathrm{disc}(S) \leq C' n^{1/2-1/(2d)}$

a) Berechnen Sie diese Schranken für einige Range Spaces, die Sie kennen.

b) Berechnen Sie diese Schranken für den Fall das die Ranges Halbräume in der Ebene $\mathbb{R}^2$ sind.

Aufgabe 8.2 (Vom MST zum TSP)
Der Minimale Spannbaum (bezüglich Euklidischer Kantenlänge) kann in $O(n \log n)$ Zeit berechnet werden. Zeigen Sie, dass sie in $O(n \log n)$ Zeit eine 2-Approximation für das Euklidische Traveling Salesperson Problem berechnet werden kann.

Die folgenden Aufgaben sind nicht spezifisch zu dieser Vorlesung, sondern üben weiter die Konzepte VC-Dimension, ε-Netze usw.

Aufgabe 8.3 (VC-Dimension von Dreiecken)
Zeigen Sie, dass die VC-Dimension von Dreiecken 7 ist. Für die untere Schranke betrachten Sie 7 Punkte in konvexer Lage.

Aufgabe 8.4 (Covering Radius, again)
Die folgende Aufgabe haben wir bereits mit einem randomisiert inkrementellen Algorithmus gelöst. Lösen Sie die Aufgabe stattdessen mit Sampling.

Entwickeln Sie Approximationsalgorithmen für folgendes Problem:
Gegeben Punktmengen C, P in der Ebene, mit $|C| = k$ und $|P| = n$.
Gesucht ist der minimale Radius $r = \max_{p \in P} \min_{c \in C} ||c - p||$.
Disks mit diesem Radius auf allen Punkten in C überdecken also ganz P.

Entwerfen Sie einen Approxmationsalgorithmus für den minimalen Radius, der in erwartet $O(n + k \log n)$ Zeit läuft.

Aufgabe 8.5 ([Heimaufgabe] VC Dimension für das Art Gallery Problem)
Setzen Sie die Heimaufgabe der letzten Woche fort.