Kevin Buchin Dortmund, den 12.10.21

Übungen zur Vorlesung

Ausgewählte Kapitel der Algorithmik – Geometrische Approximationsalgorithmen

WS 21/22

Blatt 1

Aufgabe 1.1 ((1+ε) Approximation des Covering Radius)
Geben Sie einen Algorithmus an, der für gegebenes $\varepsilon > 0$ in $O(n + k\varepsilon^{-2} \log n)$ erwarteter Zeit eine Zahl α ausgibt, so dass $\alpha \leq r \leq (1+\epsilon)\alpha$.

Aufgabe 1.2 (Smallest Enclosing Disk)
Analysieren Sie die Laufzeit des folgenden Algorithmus zum Berechnen einer smallest enclosing disk (SED).

SED($P = \{p_1, \ldots, p_n\}$)
  if $n \leq 3$ then $D_n \leftarrow$ smallest enclosing disk(P)
  else
    P$\leftarrow$ RandomPermute(P)
    $D_2 \leftarrow$ SED($\{p_1, p_2\}$)
    for $i = 3$ to n do
      if $p_i \in D_{i-1}$ then $D_i \leftarrow D_{i-1}$
      else $D_i \leftarrow$ SEDwith1Point($\{p_1, \ldots, p_{i-1}\}, p_i$)
  return D_n

SEDwith1Point($P = \{p_1, \ldots, p_{i-1}\}, q$)
  P$\leftarrow$ RandomPermute(P)
  $D_1 \leftarrow$ SED($\{p_1, q\}$)
  for $j = 2$ to $i - 1$ do
    if $p_j \in D_{j-1}$ then $D_j \leftarrow D_{j-1}$
    else $D_j \leftarrow$ SEDwith2Points($\{p_1, \ldots, p_{j-1}\}, p_j, q$)
  return D_{i-1}

SEDwith2Points($P = \{p_1, \ldots, p_{j-1}\}, q_1, q_2$)
  $D_0 \leftarrow$ SED($\{q_1, q_2\}$)
  for $k = 1$ to $j - 1$ do
    if $p_k \in D_{k-1}$ then $D_k \leftarrow D_{k-1}$
    else $D_k \leftarrow$ SED(q_1, q_2, p_k)
  return D_{j-1}

Aufgabe 1.3 (k-Enclosing Disk)
Entwickeln Sie einen (einfacheren) Algorithmus, der in erwartet $O(n(n/k))$ Zeit eine 2−Approximation für k-enclosing disk berechnet.

Aufgabe 1.4 ([Heimaufgabe] Isolierte Punkte)
Gegeben sei eine Punktmenge P und ein Parameter $r > 0$. Entwickeln Sie einen Algorithmus, der alle Punkte in P findet, deren nächster Nachbar in P einen Abstand $> r$ hat.

Aufgabe 1.5 ([Heimaufgabe] r-Packung)
Gegeben sei eine Punktmenge P und ein Parameter $r > 0$. Entwickeln Sie einen Algorithmus, der eine Teilmenge $R \subseteq P$ findet, so dass

- für alle $p \in P$ gibt es $q \in R$ mit $d(p, q) < r$,
- für alle $q \neq q' \in R$ gilt $d(q, q') \geq r$.