



Wintersemester 2005/06

Fundamente der Computational Intelligence (Vorlesung)

Prof. Dr. Günter Rudolph
Fachbereich Informatik
Lehrstuhl für Algorithm Engineering



Inhalt

- Grundlagen Optimierung
- Nachbarschaftssuche
- (1+1)-EA
- ...



Zufällige Auswahl aus der 1-Nachbarschaft von $x \in \mathbb{B}^n$ entspricht:

1 Bitposition zufällig gleichverteilt auswählen und invertieren

Bsp:

$N_1(0000) = \{1000, 0100, 0010, 0001\}$

kann man wie folgt auffassen:

- Bitstring $x = (x_1 x_2 \dots x_n)$ ist Chromosom eines Individuums
- das Chromosom wird durch Mutation (Bit invertieren) zufällig geändert
- der Nachkomme mit geändertem Chromosom „überlebt“, wenn es der Umwelt besser angepasst ist bzw. bessere Fitness hat.



(1+1)-EA

```
wähle  $X_0 \in S$ ,  $k = 0$ 
```

```
repeat
```

```
   $Y_k = \text{Mutation}(X_k)$ 
```

```
  if  $f(Y_k) < f(X_k)$  then  $X_{k+1} = Y_k$ 
```

```
  else  $X_{k+1} = X_k$ 
```

```
   $k = k + 1$ 
```

```
until Terminierung
```

→ Mutation
} Selektion

Mutation: $S = \mathbb{B}^n$

lokal → 1 Bit auswählen und flippen, d.h. aus N_1 -Nachbarschaft

global → jedes Bit mit W'keit p flippen, d.h. aus N_n -Nachbarschaft

Kapitel 3: Evolutionäre Algorithmen

globale Mutation

jede Bitposition jeweils mit W'keit p invertieren entspricht:
 zufällige Entscheidung über Anzahl zu invertierender Bits,
 dann aus dieser Teilmenge der N_n -Nachbarschaft gleichverteilt ziehen

Anzahl K zu invertierender Bits: $P\{K = k\} = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

$N_4(0000) = \{$

- 1000, 0100, 0010, 0001,
- 1100, 1010, 1001, 0110, 0101, 0011,
- 1110, 1101, 1011, 0111,
- 1111

- K = 1
- K = 2
- K = 3
- K = 4

$\}$

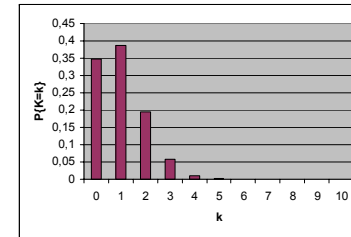
Kapitel 3: Evolutionäre Algorithmen

Binomialverteilung: $P\{K = k\} = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

üblicherweise wird $p = 1 / n$ gesetzt:

$\Rightarrow P\{K = k\} \rightarrow \binom{n}{k} e^{-1} \left(\frac{1}{n-1}\right)^k$ n groß

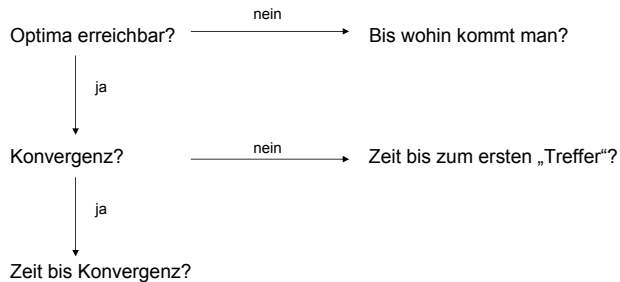
$E[K] = n p$



$P\{K=0\} \sim e^{-1}$
 $P\{K=10\} \sim 10^{-10}$

Kapitel 3: Evolutionäre Algorithmen

Typische theoretische Fragestellungen:



Wenn Optima nicht immer erreichbar: Mit welcher W'keit erreichbar?

Kapitel 3: Evolutionäre Algorithmen

$D_k = |f(X_k) - f^*| \geq 0$ ist eine Zufallsvariable
 wir betrachten die stochastische Folge D_0, D_1, D_2, \dots

Konvergiert die Folge $(D_k)_{k \geq 0}$ gegen 0?
 Wenn ja, dann offensichtlich „Konvergenz zum Optimum“!

Erwartungswert von Zufallsvariable $T = \min\{k \geq 0 : D_k = 0\}$