

Einführung in die Programmierung

Wintersemester 2009/10

Prof. Dr. Günter Rudolph

Lehrstuhl für Algorithm Engineering

Fakultät für Informatik

TU Dortmund

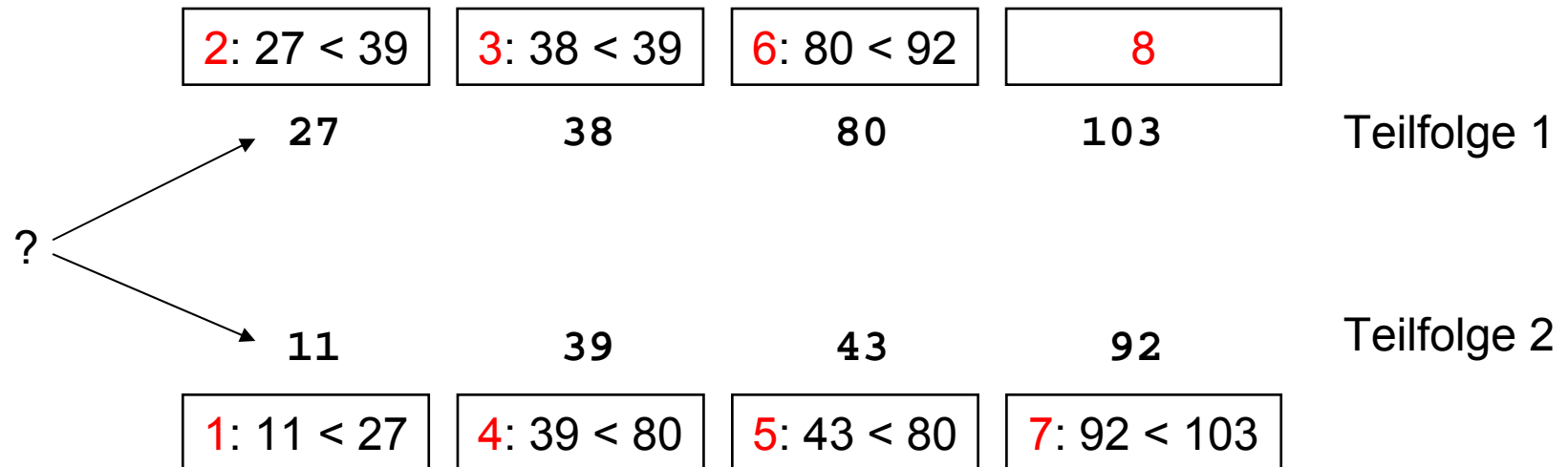
Inhalt

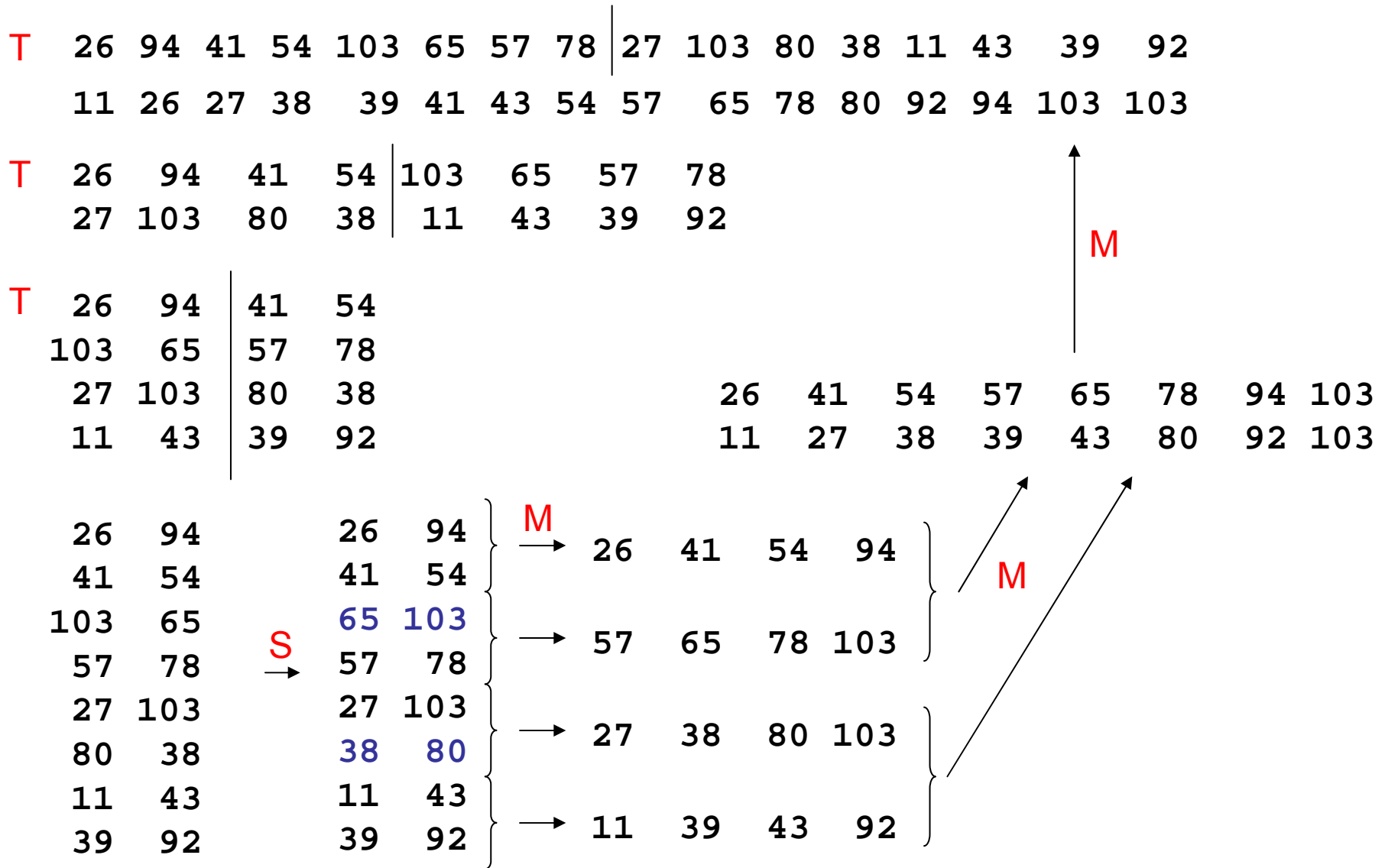
- Sortieren: Mergesort (auch mit Schablonen)
- Matrixmultiplikation (Schablonen / Ausnahmen)
- Klassenhierarchien

Mergesort

Beobachtung:

Sortieren ist einfach, wenn man zwei sortierte Teilfolgen hat.





Laufzeitanalyse

Annahme: Anzahl Objekte $n = 2^k \Leftrightarrow k = \log_2 n$

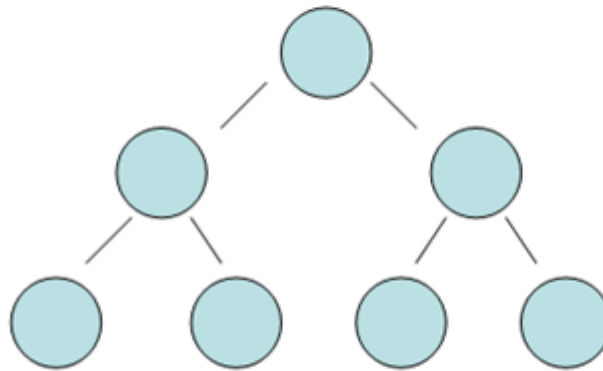
2^0 Teilsequenzen

2^1 Teilsequenzen

2^2 Teilsequenzen

⋮

2^{k-1} Teilsequenzen



2^k Objekte je Teilsequenz

2^{k-1} Objekte je Teilsequenz

2^{k-2} Objekte je Teilsequenz

⋮

$2^{k-(k-1)}$ Objekte je Teilsequenz
 = 2

(a) 2^{k-1} Vergleiche zum Sortieren der 2^{k-1} Paare

(b) auf Ebene e: $(2^{k-e}-1)$ Vergleiche zum Mischen von 2 der 2^e Sequenzen

$\Rightarrow (2^{k-e}-1) \star 2^{e-1} = 2^{k-1} - 2^{e-1}$ Vergleiche auf Ebene e = 1, ..., k-1

$\Rightarrow 2^{k-1} + (k-1) \star 2^{k-1} - \text{Summe}(2^{e-1}; 1..k-1) = (k-1) \star 2^{k-1} + 1 < k \star 2^k = n \log_2 n$

Mergesort

- Eingabe: unsortiertes Feld von Zahlen
- Ausgabe: sortiertes Feld
- Algorithmisches Konzept: „Teile und herrsche“ (*divide and conquer*)
 - Zerlege Problem solange in Teilprobleme bis Teilprobleme lösbar
 - Löse Teilprobleme
 - Füge Teilprobleme zur Gesamtlösung zusammen

Hier:

1. Zerteile Feld in Teilfelder bis Teilproblem lösbar (\rightarrow bis Feldgröße = 2)
2. Sortiere Felder der Größe 2 (\rightarrow einfacher Vergleich zweier Zahlen)
3. Füge sortierte Teilfelder durch Mischen zu sortierten Feldern zusammen

Mergesort

- Programmentwurf

1. Teilen eines Feldes → einfach!

2. Sortieren

- a) eines Feldes der Größe 2 → einfach!

- b) eines Feldes der Größe > 2 → rekursiv durch Teilen & Mischen

3. Mischen → nicht schwer!

Annahme:

Feldgröße ist
Potenz von 2

Mergesort: Version 1

```
void Msort(const int size, int a[]) {
    if (size == 2) { // sortieren
        if (a[0] > a[1]) Swap(a[0], a[1]);
        return;
    }
    // teilen
    int k = size / 2;
    Msort(k, &a[0]);
    Msort(k, &a[k]);
    // mischen
    Merge(k, &a[0], &a[k]);
}
```

} sortieren (einfach)

} sortieren durch
Teilen & Mischen

```
void Swap(int& a, int& b) {
    int c = b; b = a; a = c;
}
```

} Werte vertauschen
per Referenz

Mergesort: Version 1

```
void Merge(const int size, int a[], int b[]) {
    int* c = new int[2*size];

    // mischen
    int i = 0, j = 0;
    for (int k = 0; k < 2 * size; k++)
        if ((j == size) || (i < size && a[i] < b[j]))
            c[k] = a[i++];
        else
            c[k] = b[j++];

    // umkopieren
    for (int k = 0; k < size; k++) {
        a[k] = c[k];
        b[k] = c[k+size];
    }
    delete[] c;
}
```

← dynamischen
Speicher
anfordern

dynamischen
Speicher
freigeben
←

Mergesort: Version 1

```
void Print(const int size, int a[]) {  
    for (int i = 0; i < size; i++) {  
        cout << a[i] << "\t";  
        if ((i+1) % 8 == 0) cout << endl;  
    }  
    cout << endl;  
}
```

Hilfsfunktion
für
Testprogramm

```
int main() {  
    const int size = 32;  
    int a[size];  
  
    for (int k = 0; k < size; k++) a[k] = rand();  
  
    Print(size, a);  
    Msort(size, a);  
    Print(size, a);  
}
```

Programm
zum
Testen

Mergesort: Version 1

Ausgabe:

41	18467	6334	26500	19169	15724	11478	29358
26962	24464	5705	28145	23281	16827	9961	491
2995	11942	4827	5436	32391	14604	3902	153
292	12382	17421	18716	19718	19895	5447	21726
41	153	292	491	2995	3902	4827	5436
5447	5705	6334	9961	11478	11942	12382	14604
15724	16827	17421	18467	18716	19169	19718	19895
21726	23281	24464	26500	26962	28145	29358	32391

OK, funktioniert für `int` ... was ist mit `char`, `float`, `double` ... ?

⇒ **Idee:** Schablonen!

Mergesort: Version 2

```
template <class T> void Msort(const int size, T a[]) {
    if (size == 2) { // sortieren
        if (a[0] > a[1]) Swap<T>(a[0], a[1]);
        return;
    }
    // teilen
    int k = size / 2;
    Msort<T>(k, &a[0]);
    Msort<T>(k, &a[k]);
    // mischen
    Merge<T>(k, &a[0], &a[k]);
}
```

```
template <class T> void Swap(T& a, T& b) {
    T c = b; b = a; a = c;
}
```

Mergesort: Version 2

```
template <class T> void Merge(const int size, T a[], T b[]) {
    T* c = new T[2*size];

    // mischen
    int i = 0, j = 0;
    for (int k = 0; k < 2 * size; k++) {
        if ((j == size) || (i < size && a[i] < b[j]))
            c[k] = a[i++];
        else
            c[k] = b[j++];

    // umkopieren
    for (int k = 0; k < size; k++) {
        a[k] = c[k];
        b[k] = c[k+size];
    }
    delete[] c;
}
```

Mergesort: Version 2

```
template <class T> void Print(const int size, T a[]) { ... }
```

```
int main() {  
    const int size = 32;  
  
    int a[size];  
    for (int k = 0; k < size; k++) a[k] = rand();  
    Print<int>(size, a);  
    Msort<int>(size, a);  
    Print<int>(size, a);  
  
    float b[size];  
    for (int k = 0; k < size; k++) b[k] = rand() * 0.01f;  
    Print<float>(size, b);  
    Msort<float>(size, b);  
    Print<float>(size, b);  
}
```

↑
Konstante
vom Typ float
(nicht double)

Mergesort: Version 2

Ausgabe:

41	18467	6334	26500	19169	15724	11478	29358
26962	24464	5705	28145	23281	16827	9961	491
2995	11942	4827	5436	32391	14604	3902	153
292	12382	17421	18716	19718	19895	5447	21726

41	153	292	491	2995	3902	4827	5436
5447	5705	6334	9961	11478	11942	12382	14604
15724	16827	17421	18467	18716	19169	19718	19895
21726	23281	24464	26500	26962	28145	29358	32391

147.71	115.38	18.69	199.12	256.67	262.99	170.35	98.94
287.03	238.11	313.22	303.33	176.73	46.64	151.41	77.11
282.53	68.68	255.47	276.44	326.62	327.57	200.37	128.59
87.23	97.41	275.29	7.78	123.16	30.35	221.9	18.42

7.78	18.42	18.69	30.35	46.64	68.68	77.11	87.23
97.41	98.94	115.38	123.16	128.59	147.71	151.41	170.35
176.73	199.12	200.37	221.9	238.11	255.47	256.67	262.99
275.29	276.44	282.53	287.03	303.33	313.22	326.62	327.57

Mergesort: Version 2

Schablone instantiiert mit Typ `string` funktioniert auch!

Schablone instantiiert mit Typ `Complex` funktioniert **nicht!** Warum?

Vergleichsoperatoren sind nicht überladen für Typ `Complex`!

in `Msort`: `if (a[0] > a[1]) Swap<T>(a[0], a[1]);`

in `Merge`: `if ((j == size) || (i < size && a[i] < b[j]))`

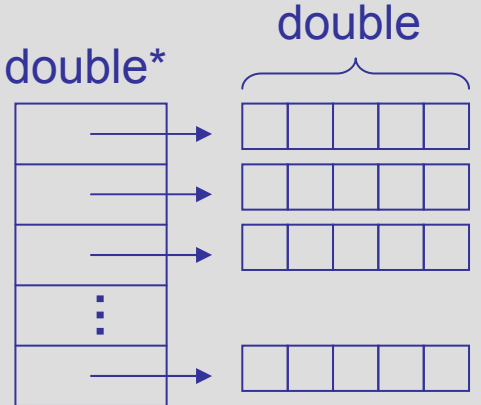
Entweder Operatoren überladen oder überladene Hilfsfunktion (z.B. `Less`):

```
bool Less(Complex &x, Complex &y) {  
    if (x.Re() < y.Re()) return true;  
    return (x.Re() == y.Re() && x.Im() < y.Im());  
}
```

hier:
lexikographische
Ordnung

MATRIX Multiplikation (für quadratische Matrizen)

```
class Matrix {  
private:  
    double **fElem;  →  
    unsigned int fDim;  
public:  
    Matrix(unsigned int aDim);  
    Matrix(const Matrix& aMat);  
  
    unsigned int Dim() { return fDim; }  
    void Set(unsigned int aRow, unsigned int aCol, double aVal);  
    double Get(unsigned int aRow, unsigned int aCol);  
    void Mult(const Matrix& aMat);  
    void Print();  
  
    ~Matrix();  
};
```



The diagram illustrates the memory layout of a Matrix class. On the left, a vertical stack of boxes represents the array of pointers `double** fElem`. Arrows point from each box to a horizontal row of five boxes representing `double` elements. A bracket above the rows is labeled `double`. The label `double*` is placed to the left of the pointer array.

MATRIX Multiplikation

Konstruktor

```
Matrix::Matrix(unsigned int aDim) : fDim(aDim) {  
    if (fDim == 0) throw "matrix of dimension 0";  
    fElem = new double* [fDim];  
    if (fElem == 0) throw "memory exceeded";  
    for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++) {  
        fElem[i] = new double[fDim];  
        if (fElem[i] == 0) throw "memory exceeded";  
    }  
}
```

Destruktor

```
Matrix::~~Matrix() {  
    for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++)  
        delete[] fElem[i];  
    delete[] fElem;  
}
```

MATRIX Multiplikation

Kopierkonstruktor

```
Matrix::Matrix(const Matrix& aMat) : fDim(aMat.fDim) {  
    if (fDim == 0) throw "matrix of dimension 0";  
    fElem = new double* [fDim];  
    if (fElem == 0) throw "memory exceeded";  
    for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++) {  
        fElem[i] = new double[fDim];  
        if (fElem[i] == 0) throw "memory exceeded";  
    }  
    for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++)  
        for (unsigned int j = 0; j < fDim; j++)  
            fElem[i][j] = aMat.fElem[i][j];  
}
```

Speicherallokation

kopieren

MATRIX Multiplikation

```
void Matrix::Set(unsigned int aRow, unsigned int aCol,
                 double aVal)
{
    if (aRow >= fDim || aCol >= fDim) throw "index overflow";
    fElem[aRow][aCol] = aVal;
}

double Matrix::Get(unsigned int aRow, unsigned int aCol) {
    if (aRow >= fDim || aCol >= fDim) throw "index overflow";
    return fElem[aRow][aCol];
}
```

Indexbereichsprüfung!

MATRIX Multiplikation

A und B sind quadratische Matrizen der Dimension n.

C = A · B ist dann:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot a_{kj}$$

```
void Matrix::Mult(const Matrix& aMat) {
    if (aMat.fDim != fDim) throw "incompatible dimensions";
    Matrix tMat(*this);
    for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++)
        for (unsigned int j = 0; j < fDim; j++) {
            double sum = 0.0;
            for (unsigned int k = 0; k < fDim; k++)
                sum += tMat.Get(i, k) * aMat.fElem[k][j];
            fElem[i][j] = sum;
        }
}
```

MATRIX Multiplikation

Nächste Schritte

1. Ausnahmen vom Typ `char*` ersetzen durch unterscheidbare Fehlerklassen:
z.B. `class MatrixError` als Basisklasse,
ableiten: `MatrixIndexOverflow`, `MatrixDimensionMismatch`, ...
2. Umwandeln in Schablone: `template <class T> class Matrix { ...`
also nicht nur Multiplikation für `double`,
sondern auch `int`, `Complex`, `Rational`, ...

Code nach Fehlermeldungen durchforsten ...

Konstruktoren:

`throw "matrix of dimension 0";` \longrightarrow `MatrixZeroDimension`
`throw "memory exceeded";` \longrightarrow `MatrixMemoryExceeded`

Get / Set:

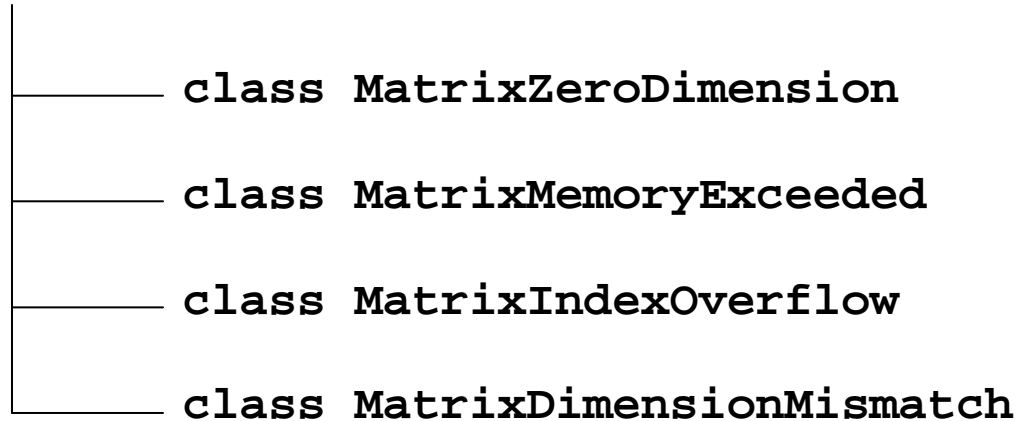
`throw "index overflow";` \longrightarrow `MatrixIndexOverflow`

Mult:

`throw "incompatible dimensions";` \longrightarrow `MatrixDimensionMismatch`

Klassenhierarchie für Ausnahmen

```
class MatrixError
```



Minimale Lösung in C++:

```
class MatrixError {};  
  
class MatrixZeroDimension : public MatrixError() {};  
class MatrixMemoryExceeded : public MatrixError() {};  
class MatrixIndexOverflow : public MatrixError() {};  
class MatrixDimensionMismatch : public MatrixError() {};
```


Schablone MATRIX Multiplikation (für quadratische Matrizen)

```
typedef unsigned int uint;

template <class T> class Matrix {
private:
    T **fElem;
    uint fDim;

public:
    Matrix(uint aDim);
    Matrix(const Matrix& aMat);

    uint Dim() { return fDim; }
    void Set(uint aRow, uint aCol, T aVal);
    T Get(uint aRow, uint aCol);
    void Mult(const Matrix& aMat);
    void Print();

    ~Matrix();
};
```

ursprünglichen Typ
der Nutzdaten
ersetzen durch
generischen Typ **T**

Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

Konstruktor

```
template <class T> Matrix::Matrix(uint aDim) : fDim(aDim) {
    if (fDim == 0) throw MatrixZeroDimension();
    fElem = new T* [fDim];
    if (fElem == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
    for (uint i = 0; i < fDim; i++) {
        fElem[i] = new T[fDim];
        if (fElem[i] == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
    }
}
```

Destruktor

```
template <class T> Matrix::~~Matrix() {
    for (uint i = 0; i < fDim; i++)
        delete[] fElem[i];
    delete[] fElem;
}
```

Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

Kopierkonstruktor

```
template <class T>
Matrix::Matrix(const Matrix& aMat) : fDim(aMat.fDim) {
    if (fDim == 0) throw MatrixZeroDimension();
    fElem = new T* [fDim];
    if (fElem == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
    for (uint i = 0; i < fDim; i++) {
        fElem[i] = new T[fDim];
        if (fElem[i] == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
    }
    for (uint i = 0; i < fDim; i++)
        for (uint j = 0; j < fDim; j++)
            fElem[i][j] = aMat.fElem[i][j];
}
```

Speicherallokation

kopieren

Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

```
template <class T>
void Matrix::Set(uint aRow, uint aCol, T aVal) {
    if (aRow >= fDim || aCol >= fDim)
        throw MatrixIndexOverflow();
    fElem[aRow][aCol] = aVal;
}
```

```
template class <T>
double Matrix::Get(uint aRow, uint aCol) {
    if (aRow >= fDim || aCol >= fDim)
        throw MatrixIndexOverflow();
    return fElem[aRow][aCol];
}
```

Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

```
template <class T>
void Matrix::Mult(const Matrix& aMat) {
    if (aMat.fDim != fDim)
        throw MatrixIncompatibleDimensions();

    Matrix tMat(*this);
    for (uint i = 0; i < fDim; i++)
        for (uint j = 0; j < fDim; j++) {
            T sum = 0.0;
            for (uint k = 0; k < fDim; k++)
                sum += tMat.Get(i, k) * aMat.fElem[k][j];
            fElem[i][j] = sum;
        }
}
```

```
class A {  
private:  
    int a;  
public:  
    A(int a);  
    int Get_a();  
    void Show(bool cr = true);  
};
```



```
class B : public A {  
private:  
    int b;  
public:  
    B(int a, int b);  
    int Get_b();  
    void Show(bool cr = true);  
};
```



```
class C : public B {  
private:  
    int c;  
public:  
    C(int a, int b, int c);  
    int Get_c();  
    void Show(bool cr = true);  
};
```

Klassenhierarchie

Erzwingen der Verwendung
des Konstruktors der Oberklasse:

Attribute durch **private** schützen,
Zugriff nur durch **public** Methoden!

```
A::A(int aa) : a(aa) {}
int A::Get_a() { return a; }
void A::Show(bool cr) {
    cout << a << ' ';
    if (cr) cout << endl;
}
B::B(int aa, int bb) : A(aa), b(bb) {}
int B::Get_b() { return b; }
void B::Show(bool cr) {
    A::Show(false);
    cout << b << ' ';
    if (cr) cout << endl;
}
C::C(int aa, int bb, int cc) : B(aa, bb), c(cc) {}
int C::Get_c() { return c; }
void C::Show(bool cr) {
    B::Show(false);
    cout << c << ' ';
    if (cr) cout << endl;
}
```

a(aa)



Test

```
int main(void) {  
  
    A a(1);  
    B b(1,2);  
    C c(1,2,3);  
  
    a.Show();  
    b.Show();  
    c.Show();  
  
    C c2(2*c.Get_a(), 2*c.Get_b(), 2*c.Get_c());  
    c2.Show();  
  
    return 0;  
}
```

Ausgabe



```
C:\ d:\Code\...  
1  
1 2  
1 2 3  
2 4 6  
-
```