technische universität dortmund

Einführung in die Programmierung

Wintersemester 2009/10

Prof. Dr. Günter Rudolph
Lehrstuhl für Algorithm Engineering
Fakultät für Informatik
TU Dortmund

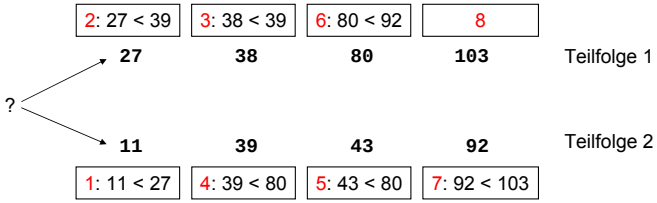
Inhalt

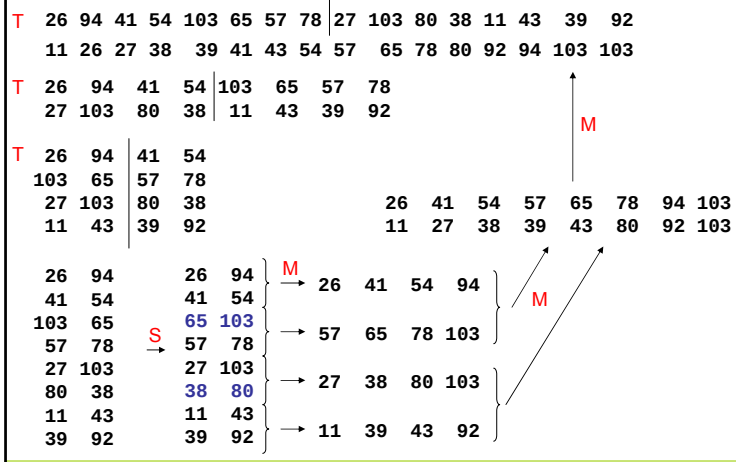
- Sortieren: Mergesort (auch mit Schablonen)
- Matrixmultiplikation (Schablonen / Ausnahmen)
- Klassenhierarchien

Mergesort

Beobachtung:

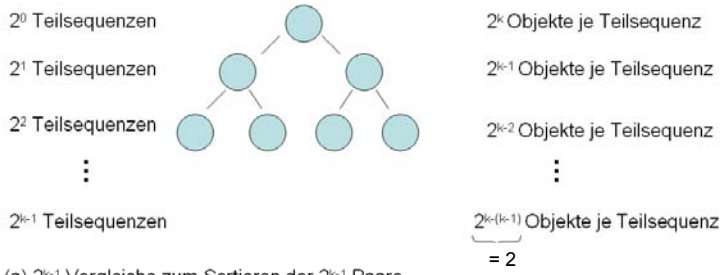
Sortieren ist einfach, wenn man zwei sortierte Teilfolgen hat.





Laufzeitanalyse

Annahme: Anzahl Objekte $n = 2^k \Leftrightarrow k = \log_2 n$



(a) 2^{k-1} Vergleiche zum Sortieren der 2^{k-1} Paare
(b) auf Ebene e: $(2^{k-e}-1)$ Vergleiche zum Mischen von 2 der 2^e Sequenzen
$\Rightarrow (2^{k-e}-1) * 2^{e-1} = 2^{k-1} - 2^{e-1}$ Vergleiche auf Ebene e = 1, …, k-1
$\Rightarrow 2^{k-1} + (k-1)*2^{k-1} - \text{Summe}(2^{e-1}; 1..k-1) = (k-1)*2^{k-1}+1 < k*2^k = n \log_2 n$

Mergesort

- Eingabe: unsortiertes Feld von Zahlen
- Ausgabe: sortiertes Feld
- Algorithmisches Konzept: „Teile und herrsche“ (*divide and conquer*)
  - Zerlege Problem solange in Teilprobleme bis Teilprobleme lösbar
  - Löse Teilprobleme
  - Füge Teilprobleme zur Gesamtlösung zusammen

Hier:

1. Zerteile Feld in Teilfelder bis Teilproblem lösbar (→ bis Feldgröße = 2)
2. Sortiere Felder der Größe 2 (→ einfacher Vergleich zweier Zahlen)
3. Füge sortierte Teilfelder durch Mischen zu sortierten Feldern zusammen

Mergesort

- Programmentwurf

Annahme:
Feldgröße ist Potenz von 2

1. Teilen eines Feldes → einfach!
2. Sortieren
   a) eines Feldes der Größe 2 → einfach!
   b) eines Feldes der Größe > 2 → rekursiv durch Teilen & Mischen
3. Mischen → nicht schwer!

Mergesort: Version 1

```
void Msort(const int size, int a[]) {
  if (size == 2) {  // sortieren
    if (a[0] > a[1]) Swap(a[0], a[1]);
    return;
  }
  // teilen
  int k = size / 2;
  Msort(k, &a[0]);
  Msort(k, &a[k]);
  // mischen
  Merge(k, &a[0], &a[k]);
}
```

sortieren (einfach)

sortieren durch Teilen & Mischen

```
void Swap(int& a, int& b) {
      int c = b; b = a; a = c;
}
```

Werte vertauschen per Referenz

Mergesort: Version 1

```
void Merge(const int size, int a[], int b[]) {
  int* c = new int[2*size];                    <-- dynamischen Speicher anfordern

  // mischen
  int i = 0, j = 0;
  for (int k = 0; k < 2 * size; k++)
    if ((j == size) || (i < size && a[i] < b[j]))
      c[k] = a[i++];
    else
      c[k] = b[j++];

  // umkopieren
  for (int k = 0; k < size; k++) {
    a[k] = c[k];
    b[k] = c[k+size];
  }
  delete[] c;                                  <-- dynamischen Speicher freigeben
}
```


Mergesort: Version 1

```
void Print(const int size, int a[]) {
  for (int i = 0; i < size; i++) {
    cout << a[i] << "\t";
    if ((i+1) % 8 == 0) cout << endl;
  }
  cout << endl;
}

int main() {
  const int size = 32;
  int a[size];

  for (int k = 0; k < size; k++) a[k] = rand();

  Print(size, a);
  Msort(size, a);
  Print(size, a);
}
```

Hilfsfunktion für Testprogramm

Programm zum Testen

Mergesort: Version 1

Ausgabe:

```
41      18467   6334    26500   19169   15724   11478   29358
26962   24464   5705    28145   23281   16827   9961    491
2995    11942   4827    5436    32391   14604   3902    153
292     12382   17421   18716   19718   19895   5447    21726

41      153     292     491     2995    3902    4827    5436
5447    5705    6334    9961    11478   11942   12382   14604
15724   16827   17421   18467   18716   19169   19718   19895
21726   23281   24464   26500   26962   28145   29358   32391
```

OK, funktioniert für **`int`** … was ist mit **`char, float, double`** … ?

⇒ **Idee:** Schablonen!

Mergesort: Version 2

```
template <class T> void Msort(const int size, T a[]) {
  if (size == 2) {  // sortieren
    if (a[0] > a[1]) Swap<T>(a[0], a[1]);
    return;
  }
  // teilen
  int k = size / 2;
  Msort<T>(k, &a[0]);
  Msort<T>(k, &a[k]);
  // mischen
  Merge<T>(k, &a[0], &a[k]);
}
```

```
template <class T> void Swap(T& a, T& b) {
      T c = b; b = a; a = c;
}
```

Mergesort: Version 2

```
template <class T> void Merge(const int size, T a[], T b[]) {
  T* c = new T[2*size];

  // mischen
  int i = 0, j = 0;
  for (int k = 0; k < 2 * size; k++) {
    if ((j == size) || (i < size && a[i] < b[j]))
      c[k] = a[i++];
    else
      c[k] = b[j++];

  // umkopieren
  for (int k = 0; k < size; k++) {
    a[k] = c[k];
    b[k] = c[k+size];
  }
  delete[] c;
}
```


Mergesort: Version 2

```
template <class T> void Print(const int size, T a[]) { … }

int main() {
  const int size = 32;

  int a[size];
  for (int k = 0; k < size; k++) a[k] = rand();
  Print<int>(size, a);
  Msort<int>(size, a);
  Print<int>(size, a);

  float b[size];
  for (int k = 0; k < size; k++) b[k] = rand() * 0.01f;
  Print<float>(size, b);
  Msort<float>(size, b);
  Print<float>(size, b);
}
```

Konstante vom Typ **`float`** (nicht **`double`**)

Mergesort: Version 2

Ausgabe:

```
41      18467   6334    26500   19169   15724   11478   29358
26962   24464   5705    28145   23281   16827   9961    491
2995    11942   4827    5436    32391   14604   3902    153
292     12382   17421   18716   19718   19895   5447    21726

41      153     292     491     2995    3902    4827    5436
5447    5705    6334    9961    11478   11942   12382   14604
15724   16827   17421   18467   18716   19169   19718   19895
21726   23281   24464   26500   26962   28145   29358   32391

147.71  115.38  18.69   199.12  256.67  262.99  170.35  98.94
287.03  238.11  313.22  303.33  176.73  46.64   151.41  77.11
282.53  68.68   255.47  276.44  326.62  327.57  200.37  128.59
87.23   97.41   275.29  7.78    123.16  30.35   221.9   18.42

7.78    18.42   18.69   30.35   46.64   68.68   77.11   87.23
97.41   98.94   115.38  123.16  128.59  147.71  151.41  170.35
176.73  199.12  200.37  221.9   238.11  255.47  256.67  262.99
275.29  276.44  282.53  287.03  303.33  313.22  326.62  327.57
```


Mergesort: Version 2

Schablone instantiiert mit Typ **`string`** funktioniert auch!

Schablone instantiiert mit Typ **`Complex`** funktioniert nicht! Warum?

Vergleichsoperatoren sind nicht überladen für Typ **`Complex`**!

in **`Msort`**: `if (a[0] > a[1]) Swap<T>(a[0], a[1]);`

in **`Merge`**: `if ((j == size) || (i < size && a[i] < b[j]))`

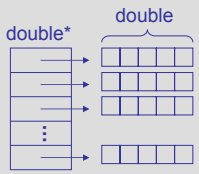
Entweder Operatoren überladen oder überladene Hilfsfunktion (z.B. **`Less`**):

```
bool Less(Complex &x, Complex &y) {
  if (x.Re() < y.Re()) return true;
  return (x.Re() == y.Re() && x.Im() < y.Im());
}
```

hier: lexikographische Ordnung

MATRIX Multiplikation (für quadratische Matrizen)

```
class Matrix {
private:
  double **fElem;
  unsigned int fDim;
public:
  Matrix(unsigned int aDim);
  Matrix(const Matrix& aMat);
  unsigned int Dim() { return fDim; }
  void Set(unsigned int aRow, unsigned int aCol, double aVal);
  double Get(unsigned int aRow, unsigned int aCol);
  void Mult(const Matrix& aMat);
  void Print();
  ~Matrix();
};
```



MATRIX Multiplikation

Konstruktor

```
Matrix::Matrix(unsigned int aDim) : fDim(aDim) {
  if (fDim == 0) throw "matrix of dimension 0";
  fElem = new double* [fDim];
  if (fElem == 0) throw "memory exceeded";
  for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++) {
    fElem[i] = new double[fDim];
    if (fElem[i] == 0) throw "memory exceeded";
  }
}
```

Destruktor

```
Matrix::~Matrix() {
  for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++)
    delete[] fElem[i];
  delete[] fElem;
}
```


MATRIX Multiplikation

Kopierkonstruktor

```
Matrix::Matrix(const Matrix& aMat) : fDim(aMat.fDim) {
  if (fDim == 0) throw "matrix of dimension 0";
  fElem = new double* [fDim];
  if (fElem == 0) throw "memory exceeded";
  for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++) {
    fElem[i] = new double[fDim];
    if (fElem[i] == 0) throw "memory exceeded";
  }
  for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++)
    for (unsigned int j = 0; j < fDim; j++)
    fElem[i][j] = aMat.fElem[i][j];
}
```

Speicherallokation

kopieren

MATRIX Multiplikation

```
void Matrix::Set(unsigned int aRow, unsigned int aCol,
                 double aVal)
{
  if (aRow >= fDim || aCol >= fDim) throw "index overflow";
  fElem[aRow][aCol] = aVal;
}

double Matrix::Get(unsigned int aRow, unsigned int aCol) {
  if (aRow >= fDim || aCol >= fDim) throw "index overflow";
  return fElem[aRow][aCol];
}
```

Indexbereichsprüfung!

MATRIX Multiplikation

A und B sind quadratische Matrizen der Dimension n.

C = A · B ist dann:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot a_{kj}$$

```
void Matrix::Mult(const Matrix& aMat) {
  if (aMat.fDim != fDim) throw "incompatible dimensions";
  Matrix tMat(*this);
  for (unsigned int i = 0; i < fDim; i++)
    for (unsigned int j = 0; j < fDim; j++) {
      double sum = 0.0;
      for (unsigned int k = 0; k < fDim; k++)
        sum += tMat.Get(i, k) * aMat.fElem[k][j];
      fElem[i][j] = sum;
    }
}
```


MATRIX Multiplikation

Nächste Schritte

1. Ausnahmen vom Typ char* ersetzen durch unterscheidbare Fehlerklassen:
   z.B. class **`MatrixError`** als Basisklasse,
   ableiten: **`MatrixIndexOverflow`**, **`MatrixDimensionMismatch, …`**
2. Umwandeln in Schablone: **`template <class T> class Matrix { …`**
   also nicht nur Multiplikation für **`double`**,
   sondern auch **`int, Complex, Rational, …`**

Code nach Fehlermeldungen durchforsten …

Konstruktoren:

`throw "matrix of dimension 0";` → **`MatrixZeroDimension`**

`throw "memory exceeded";` → **`MatrixMemoryExceeded`**

Get / Set:

`throw "index overflow";` → **`MatrixIndexOverflow`**

Mult:

`throw "incompatible dimensions";` → **`MatrixDimensionMismatch`**

Klassenhierachie für Ausnahmen

```
class MatrixError
    ├── class MatrixZeroDimension
    ├── class MatrixMemoryExceeded
    ├── class MatrixIndexOverflow
    └── class MatrixDimensionMismatch
```

Minimale Lösung in C++:

```
class MatrixError {};

class MatrixZeroDimension     : public MatrixError() {};
class MatrixMemoryExceeded    : public MatrixError() {};
class MatrixIndexOverflow     : public MatrixError() {};
class MatrixDimensionMismatch : public MatrixError() {};
```

Schablone MATRIX Multiplikation (für quadratische Matrizen)

```
typedef unsigned int uint;

template <class T> class Matrix {
private:
  T **fElem;
  uint fDim;
public:
  Matrix(uint aDim);
  Matrix(const Matrix& aMat);
  uint Dim() { return fDim; }
  void Set(uint aRow, uint aCol, T aVal);
  T Get(uint aRow, uint aCol);
  void Mult(const Matrix& aMat);
  void Print();
  ~Matrix();
};
```

ursprünglichen Typ der Nutzdaten ersetzen durch generischen Typ **T**

Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

Konstruktor

```
template <class T> Matrix::Matrix(uint aDim) : fDim(aDim) {
  if (fDim == 0) throw MatrixZeroDimension();
  fElem = new T* [fDim];
  if (fElem == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
  for (uint i = 0; i < fDim; i++) {
    fElem[i] = new T[fDim];
    if (fElem[i] == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
  }
}
```

Destruktor

```
template <class T> Matrix::~Matrix() {
  for (uint i = 0; i < fDim; i++)
    delete[] fElem[i];
  delete[] fElem;
}
```


Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

Kopierkonstruktor

```
template <class T>
Matrix::Matrix(const Matrix& aMat) : fDim(aMat.fDim) {
  if (fDim == 0) throw MatrixZeroDimension();
  fElem = new T* [fDim];
  if (fElem == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
  for (uint i = 0; i < fDim; i++) {
    fElem[i] = new T[fDim];
    if (fElem[i] == 0) throw MatrixMemoryExceeded();
  }
  for (uint i = 0; i < fDim; i++)
    for (uint j = 0; j < fDim; j++)
      fElem[i][j] = aMat.fElem[i][j];
}
```

Speicherallokation

kopieren

Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

```
template <class T>
void Matrix::Set(uint aRow, uint aCol, T aVal) {
  if (aRow >= fDim || aCol >= fDim)
    throw MatrixIndexOverflow();
  fElem[aRow][aCol] = aVal;
}

template class <T>
double Matrix::Get(uint aRow, uint aCol) {
  if (aRow >= fDim || aCol >= fDim)
    throw MatrixIndexOverflow();
  return fElem[aRow][aCol];
}
```

Schablone MATRIX Multiplikation mit vernünftiger Ausnahmebehandlung

```
template <class T>
void Matrix::Mult(const Matrix& aMat) {
  if (aMat.fDim != fDim)
    throw MatrixIncompatibleDimensions();

  Matrix tMat(*this);
  for (uint i = 0; i < fDim; i++)
    for (uint j = 0; j < fDim; j++) {
      T sum = 0.0;
      for (uint k = 0; k < fDim; k++)
        sum += tMat.Get(i, k) * aMat.fElem[k][j];
      fElem[i][j] = sum;
    }
}
```



```
class A {
private:
  int a;
public:
  A(int a);
  int Get_a();
  void Show(bool cr = true);
};
```

⇓

```
class B : public A {
private:
  int b;
public:
  B(int a, int b);
  int Get_b();
  void Show(bool cr = true);
};
```

⇒

```
class C : public B {
private:
  int c;
public:
  C(int a, int b, int c);
  int Get_c();
  void Show(bool cr = true);
};
```

Klassenhierarchie

Erzwingen der Verwendung des Konstruktors der Oberklasse:

Attribute durch **`private`** schützen, Zugriff nur durch **`public`** Methoden!


```
A::A(int aa) : a(aa) {}
int A::Get_a() { return a; }
void A::Show(bool cr) {
  cout << a << ' ';
  if (cr) cout << endl;
}
B::B(int aa, int bb) : A(aa), b(bb) {}
int B::Get_b() { return b; }
void B::Show(bool cr) {
  A::Show(false);
  cout << b << ' ';
  if (cr) cout << endl;
}
C::C(int aa, int bb, int cc) : B(aa, bb), c(cc) {}
int C::Get_c() { return c; }
void C::Show(bool cr) {
  B::Show(false);
  cout << c << ' ';
  if (cr) cout << endl;
}
```

a(aa)

Test

```
int main(void) {

  A a(1);
  B b(1,2);
  C c(1,2,3);

  a.Show();
  b.Show();
  c.Show();

  C c2(2*c.Get_a(), 2*c.Get_b(), 2*c.Get_c());
  c2.Show();

  return 0;
}
```

Ausgabe