



Wintersemester 2007/08

**Einführung in die Informatik für
Naturwissenschaftler und Ingenieure
(alias Einführung in die Programmierung)
(Vorlesung)**

Prof. Dr. Günter Rudolph

Fakultät für Informatik

Lehrstuhl für Algorithm Engineering





Nachtrag zu Kapitel 12: Virtuelle Destruktoren

Wird ein Objekt einer abgeleiteten Klasse über einen Verweis / Zeiger auf die Basisklasse frei gegeben, dann muss der **Destruktor in der Basisklasse virtuell** sein!

Warum?

Wenn nicht virtuell, dann Bindung des Destruktors statisch zur Übersetzungszeit!

⇒ Immer Aufruf des Destruktors der Basisklasse!



Nachtrag zu Kapitel 12: Virtuelle Destruktoren

```
class Familie {
public:
    ~Familie() { cout << "D: Familie" << endl; }
};

class Sohn : public Familie {
    ~Sohn() { cout << "D: Sohn" << endl; }
};

class Tochter : public Familie {
    ~Tochter() { cout << "D: Tochter" << endl; }
};

int main() {
    Familie *fam[3] = { new Familie, new Sohn, new Tochter };
    delete fam[0]; delete fam[1]; delete fam[2];
    return 0;
}
```

Ausgabe: D: Familie
D: Familie
D: Familie



Nachtrag zu Kapitel 12: Virtuelle Destruktoren

```
class Familie {
public:
    virtual ~Familie() { cout << "D: Familie" << endl; }
};

class Sohn : public Familie {
    ~Sohn() { cout << "D: Sohn" << endl; }
};

class Tochter : public Familie {
    ~Tochter() { cout << "D: Tochter" << endl; }
};

int main() {
    Familie *fam[3] = { new Familie, new Sohn, new Tochter };
    delete fam[0]; delete fam[1]; delete fam[2];
    return 0;
}
```

Ausgabe:

```
D: Familie
D: Sohn
D: Familie
D: Tochter
D: Familie
```



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Inhalt

- Motivation
- Grobentwurf
- ADT List
- ADT HashTable
- Anwendung
- Umstrukturierung des Codes (*refactoring*)



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Motivation

Gesucht: Datenstruktur zum Einfügen, Löschen und Auffinden von Elementen

⇒ Binäre Suchbäume!

Problem: Binäre Suchbäume erfordern eine totale Ordnung auf den Elementen

Totale Ordnung

Jedes Element kann mit jedem anderen verglichen werden:

Entweder $a < b$ oder $a > b$ oder $a = b$. Beispiele: \mathbb{N} , \mathbb{R} , $\{A, B, \dots, Z\}$, ...

Partielle Ordnung

Es existieren unvergleichbare Elemente: $a \parallel b$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} < \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Beispiele: \mathbb{N}^2 , \mathbb{R}^3 , ...



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Motivation

Gesucht: Datenstruktur zum Einfügen, Löschen und Auffinden von Elementen

Problem: Totale Ordnung nicht auf natürliche Art vorhanden

Beispiel: Vergleich von Bilddaten, Musikdaten, komplexen Datensätzen

⇒ Lineare Liste!

Funktioniert, jedoch mit ungünstiger Laufzeit:

1. Feststellen, dass Element nicht vorhanden: N Vergleiche auf Gleichheit
2. Vorhandenes Element auffinden: im Mittel $(N+1) / 2$ Vergleiche

(bei diskreter Gleichverteilung)

⇒ Alternative Suchverfahren notwendig! ⇒ **Hashing**



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Idee

1. Jedes Element e bekommt einen **numerischen** „Stempel“ $h(e)$, der sich aus dem **Dateninhalt** von e berechnet
2. Aufteilen der Menge von N Elementen in M disjunkte Teilmengen, wobei M die Anzahl der möglichen Stempel ist
→ Elemente mit gleichem Stempel kommen in dieselbe Teilmenge
3. Suchen nach Element e nur noch in Teilmenge für Stempel $h(e)$

Laufzeit (Annahme: alle M Teilmengen ungefähr gleich groß)

- a) Feststellen, dass Element nicht vorhanden: N / M Vergleiche auf Gleichheit
- b) Vorhandenes Element auffinden: im Mittel $(N / M + 1) / 2$ Vergleiche

(bei diskreter Gleichverteilung)

⇒ deutliche Beschleunigung!



Grobentwurf

1. Jedes Element $e \in E$ bekommt einen **numerischen** „Stempel“ $h(e)$, der sich aus dem **Dateninhalt** von e berechnet

Funktion $h: E \rightarrow \{ 0, 1, \dots, M - 1 \}$ heißt **Hash-Funktion** (*to hash*: zerhacken)

Anforderung: sie soll zwischen 0 und $M - 1$ gleichmäßig verteilen

2. Elemente mit gleichem Stempel kommen in dieselbe Teilmenge

M Teilmengen werden durch M lineare Listen realisiert (ADT List)

Tabelle der Größe M enthält für jeden Hash-Wert einen Zeiger auf seine Liste

3. Suchen nach Element e nur noch in Teilmenge für Stempel $h(e)$

Suche nach $e \rightarrow$ Berechne $h(e)$, hole Zeiger auf Liste aus $\text{Tabelle}[h(e)]$,

Suche in dieser Liste nach Element e



Grobentwurf

Weitere Operationen auf der Basis von „Suchen“

- **Einfügen** von Element e
 - Suche nach e in Liste für Hash-Werte $h(e)$
Nur wenn e **nicht** in dieser Liste, dann am Anfang der Liste einfügen
- **Löschen** von Element e
 - Suche nach e in Liste für Hash-Werte $h(e)$
Wenn e in der Liste **gefunden** wird, dann aus der Liste entfernen

Auch denkbar: **Ausnahme werfen**, falls

einzufügendes Element schon existiert oder zu löschendes Element nicht vorhanden



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Grobentwurf

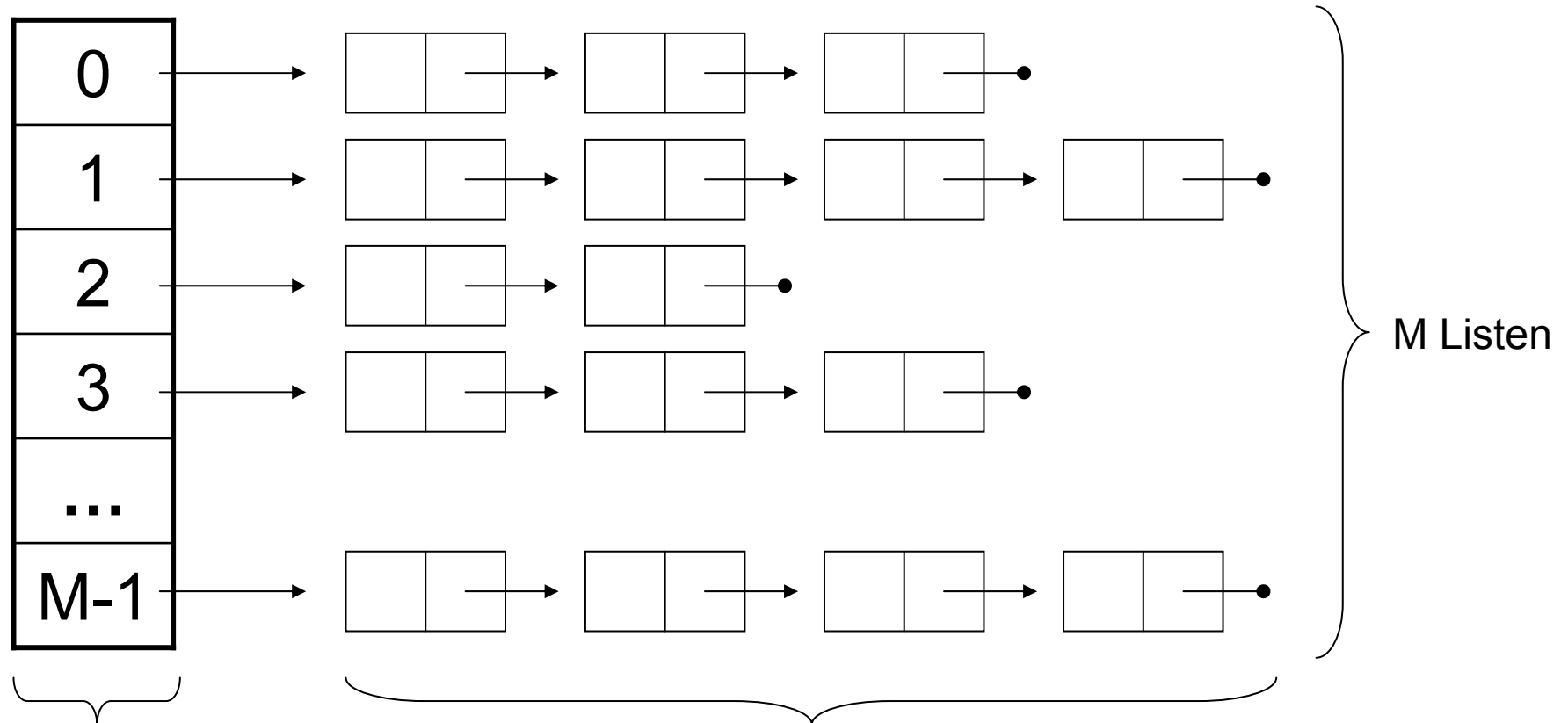


Tabelle der Größe M
mit M Listenzeigern

N Elemente aufgeteilt in M Listen
gemäß ihres Hash-Wertes $h(\cdot)$



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Was ist zu tun?

1. Wähle Datentyp für die Nutzinformation eines Elements
⇒ **hier:** integer (damit der Blick frei für das Wesentliche bleibt)
2. Realisiere den ADT `IntList` zur Verarbeitung der Teilmengen
⇒ Listen kennen und haben wir schon in C; jetzt aber als C++ Klasse!
3. Realisiere den ADT `HashTable`
⇒ Verwende dazu den ADT `IntList` und eine Hash-Funktion
4. Konstruiere eine Hash-Funktion $h: E \rightarrow \{0, 1, \dots, M - 1\}$
⇒ Kritisch! Wg. Annahme, dass $h(\cdot)$ gleichmäßig über Teilmengen verteilt!



Kapitel 14: Exkurs Hashing

```
class IntList {
private:
    int elem;
    IntList *head;
    IntList *next;

    bool Contains(IntList *aList, int aElem);
    IntList *Delete(IntList *aList, int aElem);
    void Delete(IntList *aList);
    void Print(IntList *aList);

public:
    IntList();
    IntList(int aElem);

    void Insert(int aElem);
    bool Contains(int aElem);
    void Delete(int aElem);
    void Print();

    ~IntList();
};
```

ADT IntList

private rekursive
Funktionen

öffentliche
Methoden,
z.T. überladen



Kapitel 14: Exkurs Hashing

ADT IntList

```
IntList::IntList()  
  : head(0), next(0), elem(0) {}  
  
IntList::IntList(int aElem)  
  : head(0), next(0), elem(aElem) {}
```

Konstruktoren

```
IntList::~IntList() {  
  Delete(head);  
}
```

Destruktor

```
void IntList::Delete(IntList *aList) {  
  if (aList == 0) return;  
  Delete(aList->next);  
  delete aList;  
}
```

private Hilfsfunktion
des Destruktors:

löscht Liste rekursiv!



ADT IntList

öffentliche Methode:

```
bool IntList::Contains(int aElem) {  
    return Contains(head, aElem);  
}
```

private überladene Methode:

```
bool IntList::Contains(IntList *aList, int aElem) {  
    if (aList == 0) return false;  
    if (aList->elem == aElem) return true;  
    return Contains(aList->next, aElem);  
}
```



Kapitel 14: Exkurs Hashing

ADT IntList

öffentliche Methode:

```
void IntList::Delete(int aElem) {  
    head = Delete(head, aElem);  
}
```

private überladene Methode:

```
IntList *IntList::Delete(IntList *aList, int aElem) {  
    if (aList == 0) return 0;  
    if (aList->elem == aElem) {  
        IntList *tmp = aList->next; // Zeiger retten  
        delete aList; // Objekt löschen  
        return tmp; // Zeiger zurückgeben  
    }  
    aList->next = Delete(aList->next, aElem);  
    return aList;  
}
```




Kapitel 14: Exkurs Hashing

ADT IntList

öffentliche Methode:

```
void IntList::Print() {  
    Print(head);  
}
```

private überladene Methode:

```
void IntList::Print(IntList *aList) {  
    static int cnt = 1;    // counter  
    if (aList != 0) {  
        cout << aList->elem;  
        cout << (cnt++ % 6 ? "\t" : "\n");  
        Print(aList->next);  
    }  
    else {  
        cnt = 1;  
        cout << "(end of list)" << endl;  
    }  
}
```

← Speicherklasse
static :
Speicher wird nur
einmal angelegt



ADT IntList

öffentliche Methode:

```
void IntList::Insert(int aElem) {  
    if (Contains(aElem)) return;  
    IntList *newList = new IntList(aElem);  
    newList->next = head;  
    head = newList;  
}
```

→ Implementierung von ADT `IntList` abgeschlossen.



Kapitel 14: Exkurs Hashing

ADT HashTable

```
class HashTable {
private:
    IntList **table;
    int maxBucket;
public:
    HashTable(int aMaxBucket);
    int Hash(int aElem) { return aElem % maxBucket; }
    bool Contains(int aElem) {
        return table[Hash(aElem)]->Contains(aElem); }
    void Delete(int aElem) {
        return table[Hash(aElem)]->Delete(aElem); }
    void Insert(int aElem) {
        return table[Hash(aElem)]->Insert(aElem); }
    void Print();
    ~HashTable();
};
```



Kapitel 14: Exkurs Hashing

ADT HashTable

```
HashTable::HashTable(int aMaxBucket) : maxBucket(aMaxBucket) {
    if (maxBucket < 2) throw "invalid bucket size";
    table = new IntList* [maxBucket];
    for (int i = 0; i < maxBucket; i++)
        table[i] = new IntList();
}

HashTable::~~HashTable() {
    for (int i = 0; i < maxBucket; i++) delete table[i];
    delete[] table;
}

void HashTable::Print() {
    for (int i = 0; i < maxBucket; i++) {
        cout << "\nBucket " << i << " : \n";
        table[i]->Print();
    }
}
```



Kapitel 14: Exkurs Hashing

ADT HashTable

```
int main() {
    int maxBucket = 17;
    HashTable *ht = new HashTable(maxBucket);
    for (int i = 0; i < 2000; i++) ht->Insert(rand());

    int hits = 0;
    for (int i = 0; i < 2000; i++)
        if (ht->Contains(rand())) hits++;

    cout << "Treffer: " << hits << endl;
}
```

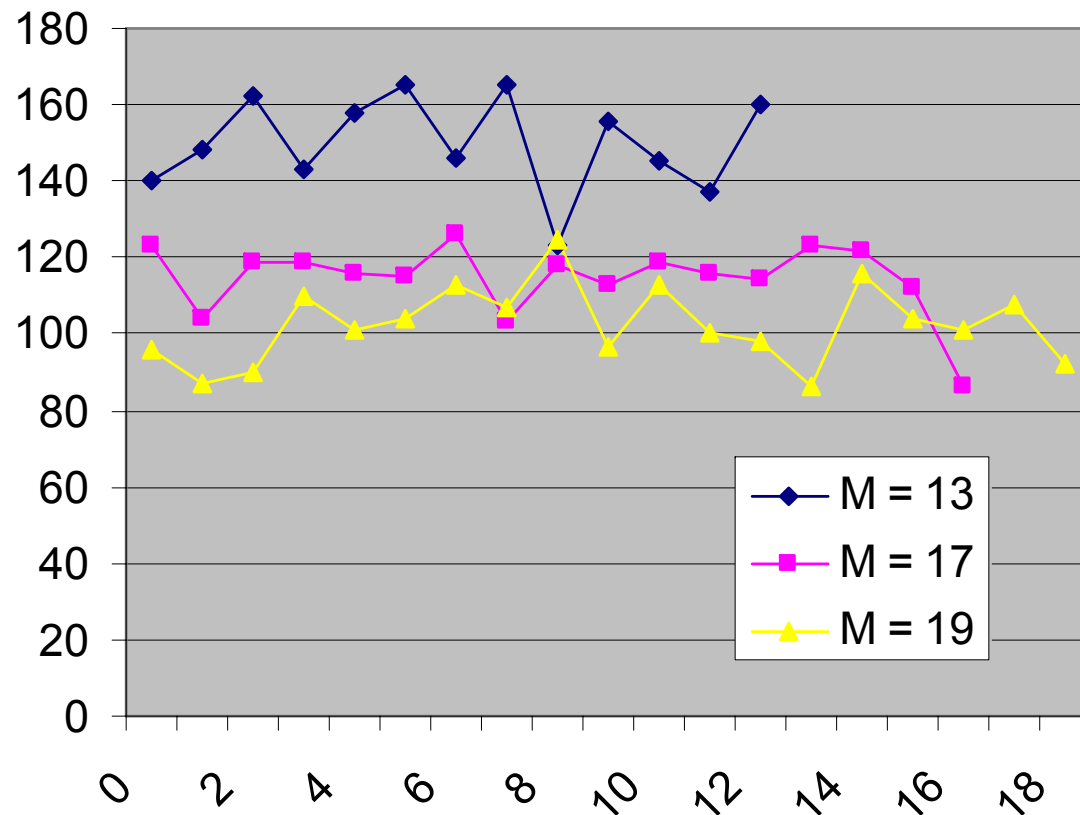
Ausgabe: Treffer: 137

unsigned int
Pseudozufallszahlen



Kapitel 14: Exkurs Hashing

ADT HashTable: Verteilung von 2000 Zahlen auf M Buckets



M	Mittelwert	Std.-Abw.
13	149	13,8
17	114	8,1
19	102	6,7

⇒ Hash-Funktion ist wohl OK



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Refactoring

→ Ändern eines Programmteils in kleinen Schritten

- so dass funktionierender abhängiger Code lauffähig bleibt,
- so dass die Gefahr des „Einschleppens“ neuer Fehlern gering ist,
- so dass Strukturen offen gelegt werden, um Erweiterbarkeit zu fördern

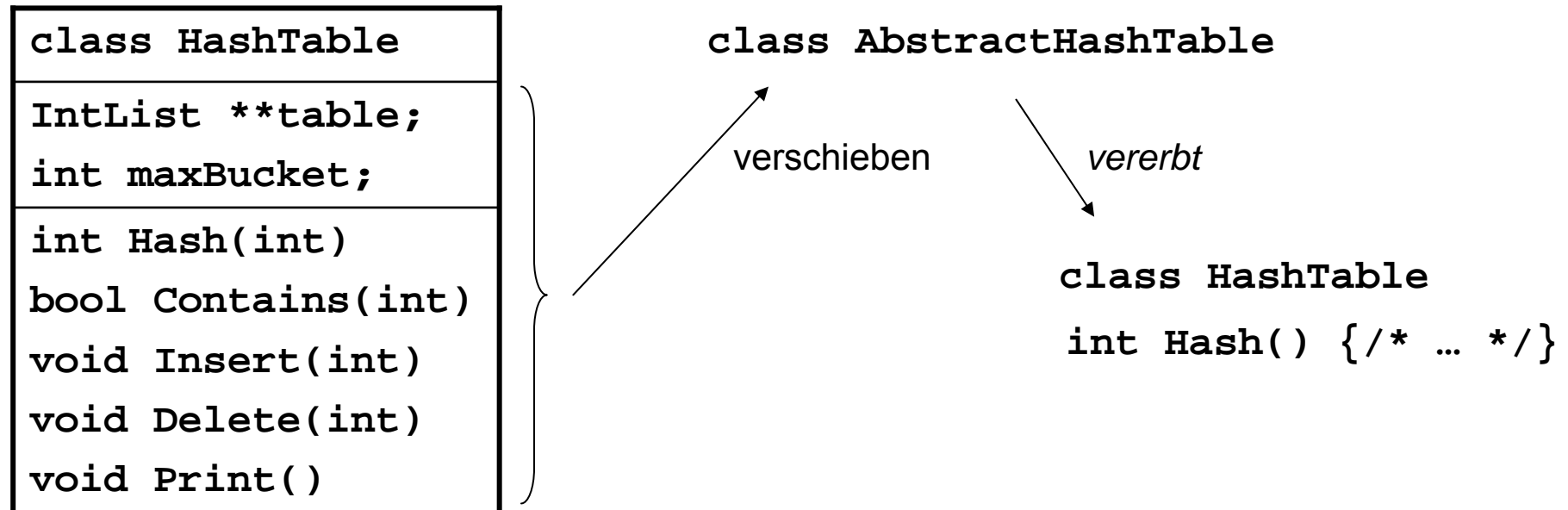
```
class HashTable
{
    IntList **table;
    int maxBucket;
    int Hash(int)
    bool Contains(int)
    void Insert(int)
    void Delete(int)
    void Print()
}
```

→ Erweiterbarkeit?



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Refactoring



1. Neue Basisklasse `AbstractHashTable` definieren
2. Attribute und Methoden wandern in Basisklasse
3. `int Hash(int)` wird rein virtuell (\rightarrow abstrakte Klasse)
 \Rightarrow `Hash` muss in Klasse `HashTable` implementiert werden



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Refactoring

```
class AbstractHashTable {
private:
    IntList **table;
protected:
    int maxBucket;
public:
    AbstractHashTable(int aMaxBucket);
    virtual int Hash(int aElem) = 0;
    bool Contains(int aElem);
    void Delete(int aElem);
    void Insert(int aElem);
    void Print();
    ~AbstractHashTable();
};
```

```
class HashTable : public AbstractHashTable {
public:
    HashTable(int aMaxBucket) : AbstractHashTable(aMaxBucket) {}
    int Hash(int aElem) { return aElem % maxBucket; }
};
```

⇒ Konsequenzen:

- Code, der HashTable verwendet, kann unverändert bleiben
- Erweiterbarkeit: neue Klassen können von Basisklasse ableiten



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Refactoring

```
class HashTable : public AbstractHashTable {
public:
    HashTable(int aMaxBucket) : AbstractHashTable(aMaxBucket) {}
    int Hash(int aElem) { return aElem % maxBucket; }
};
```

```
class HashTable1 : public AbstractHashTable {
public:
    HashTable1(int aMaxBucket) : AbstractHashTable(aMaxBucket) {}
    int Hash(int aElem) { return (aElem * aElem) % maxBucket; }
};
```

→ 2 Tests:

- (a) Das „alte“ Testprogramm sollte noch funktionieren mit gleicher Ausgabe
- (b) Wie wirkt sich neue Hashfunktion von `HashTable1` aus?



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Refactoring: Test (a)

```
int main() {
    int maxBucket = 17;
    HashTable *ht = new HashTable(maxBucket);
    for (int i = 0; i < 2000; i++) ht->Insert(rand());

    int hits = 0;
    for (int i = 0; i < 2000; i++)
        if (ht->Contains(rand())) hits++;

    cout << "Treffer: " << hits << endl;
}
```

Ausgabe: **Treffer: 137**

⇒ **Test (a) bestanden!**



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Refactoring: Test (b)

```
int main() {
    int maxBucket = 17;
    HashTable1 *ht = new HashTable1(maxBucket);
    for (int i = 0; i < 2000; i++) ht->Insert(rand());

    int hits = 0;
    for (int i = 0; i < 2000; i++)
        if (ht->Contains(rand())) hits++;

    cout << "Treffer: " << hits << endl;
}
```

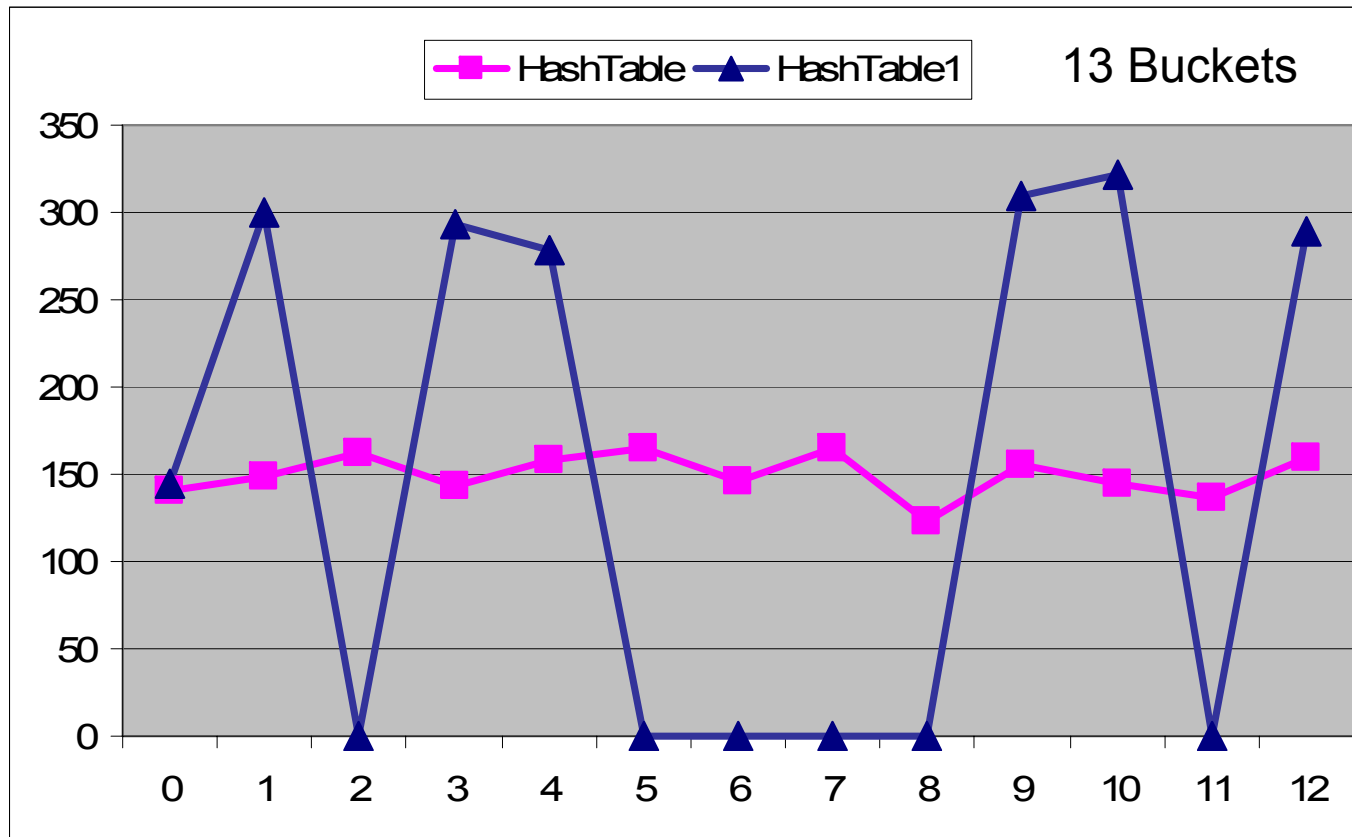
Ausgabe: Treffer: 137

OK, aber wie gleichmäßig verteilt die Hashfunktion die Elemente auf die Buckets?



Kapitel 14: Exkurs Hashing

Refactoring: Test (b)



⇒ Gestalt der Hashfunktion ist von Bedeutung für Listenlängen!