

UNIVERSITÄT DORTMUND

Sommersemester 2008

Fundamente der Computational Intelligence
(Vorlesung)

Prof. Dr. Günter Rudolph
Fachbereich Informatik
Lehrstuhl für Algorithm Engineering

Kapitel 2: Fuzzy Systeme

Inhalt

- Fuzzy Mengen ☑
- Fuzzy Relationen ☑
- Fuzzy Logik ☑
- Approximatives Schließen ☑
- Fuzzy Regelung

Rudolph: AKCI (SS 2008) • Fuzzy Systeme vom Typ 1

Fuzzy Regelung

Steuern und Regeln:
Beeinflussung des dynamischen Verhaltens eines Systems in einer gewünschten Art und Weise

- **Steuern**
Steuerung kennt Sollgröße und hat ein Modell vom System
⇒ Steuergrößen können eingestellt werden, so dass System Istgröße erzeugt, die gleich der Sollgröße ist
Problem: Störgrößen! Soll-Ist Abweichung wird nicht erkannt!
- **Regeln**
nun: Erkennung der Soll-Ist Abweichung (durch Messung / Sensoren) und Berücksichtigung bei Bestimmung neuer Steuergrößen

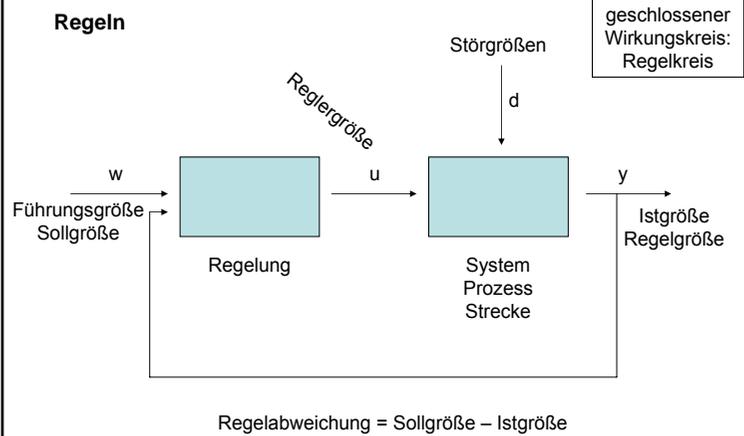
Rudolph: AKCI (SS 2008) • Fuzzy Systeme vom Typ 1

Fuzzy Regelung

Steuern

Annahme: störungsfreier Betrieb ⇒ Sollwert = Istwert

Rudolph: AKCI (SS 2008) • Fuzzy Systeme vom Typ 1



Erforderlich:

- Modell der Strecke
 - als Differentialgleichungen oder Differenzgleichungen
 - gut ausgebaute Theorie vorhanden

Weshalb also Fuzzy-Regler?

- es existiert kein Streckenmodell in Form von DGLs etc. (Operator/Mensch hat bisher händisch geregelt)
- Strecke mit hochgradigen Nichtlinearitäten → keine klassischen Verfahren
- Regelziele sind unscharf formuliert („weiches“ Umschalten bei Kfz-Getriebe)

Unschärfe Beschreibung des Regelverhaltens

IF X ist A_1 , THEN Y ist B_1
 IF X ist A_2 , THEN Y ist B_2
 IF X ist A_3 , THEN Y ist B_3
 ...
 IF X ist A_n , THEN Y ist B_n
 X ist A'
 Y ist B'

wie beim approximativem Schließen

Fakt A' ist aber keine Fuzzy-Menge, sondern scharfe Eingabe
 → nämlich die aktuelle Ist-/Regelgröße!

Fuzzy-Regler führt Inferenzschritt aus
 → man erhält Fuzzy-Ausgabemenge $B'(y)$

man benötigt aber scharfen Reglerwert für die Strecke
 → Defuzzifizierung (= Fuzzy-Menge zu scharfem Wert „eindampfen“)

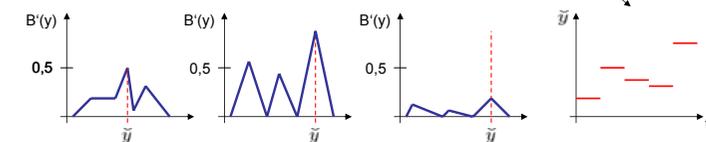
Defuzzifizierung

Def: Regel k aktiv $\Leftrightarrow A_k(x_0) > 0$

• Maximummethode

- nur aktive Regel mit höchstem Erfüllungsgrad wird berücksichtigt
 - geeignet für Mustererkennung / Klassifikation
 - Entscheidung für eine Alternative von endlich vielen
- Auswahl unabhängig von Erfüllungsgrad der Regel (0.05 vs. 0.95)
- bei Regelung: unstetiger Ausgangsgrößenverlauf (Sprünge)

$$\tilde{y} = \operatorname{argmax} B'(y)$$



Fuzzy Regelung

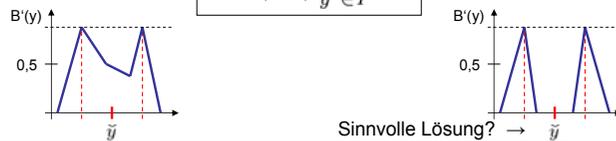
Defuzzifizierung

$$Y^* = \{ y \in Y: B'(y) = \text{hgt}(B') \}$$

• Maximummittelwertmethode

- alle aktive Regeln mit höchstem Erfüllungsgrad werden berücksichtigt
 - Interpolationen möglich, können aber nicht benutzbar sein
 - wohl nur sinnvoll bei benachbarten Regeln mit max. Erfüllung
- Auswahl unabhängig von Erfüllungsgrad der Regel (0.05 vs. 0.95)
- bei Regelung: un stetiger Ausgangsgrößenverlauf (Sprünge)

$$\tilde{y} = \frac{1}{|Y^*|} \sum_{y^* \in Y^*} y^*$$



Fuzzy Regelung

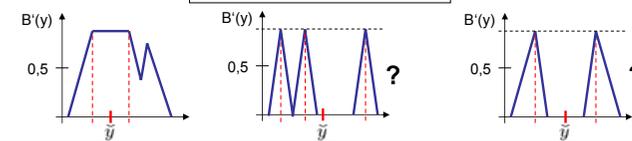
Defuzzifizierung

$$Y^* = \{ y \in Y: B'(y) = \text{hgt}(B') \}$$

• Center-of-maxima-Methode (COM)

- nur **extreme** aktive Regeln mit höchstem Erfüllungsgrad werden berücksichtigt
 - Interpolationen möglich, können aber nicht benutzbar sein
 - wohl nur sinnvoll bei benachbarten Regeln mit max. Erfüllung
- Auswahl unabhängig von Erfüllungsgrad der Regel (0.05 vs. 0.95)
- bei Regelung: un stetiger Ausgangsgrößenverlauf (Sprünge)

$$\tilde{y} = \frac{\inf Y^* + \sup Y^*}{2}$$



Fuzzy Regelung

Defuzzifizierung

• Schwerpunktmethode (Center of Gravity, COG)

- alle aktiven Regeln werden berücksichtigt
 - aber numerisch aufwändiggilt heute nur für HW-Lösung
 - Ränder können nicht in Ausgabe erscheinen (∃ work-around)
- bei nur einer aktiven Regel: Auswahl unabh. vom Erfüllungsgrad
- stetige Verläufe der Ausgangsgrößen

$$\tilde{y} = \frac{\int y \cdot B'(y) dy}{\int B'(y) dy}$$

Fuzzy Regelung

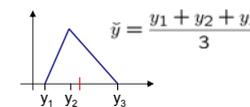
Exkurs: Schwerpunkt

$$\tilde{y} = \frac{\int y \cdot B'(y) dy}{\int B'(y) dy}$$

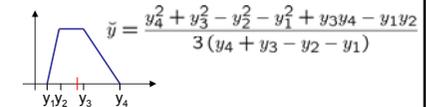


Pendant in
W'keitstheorie:
Erwartungswert

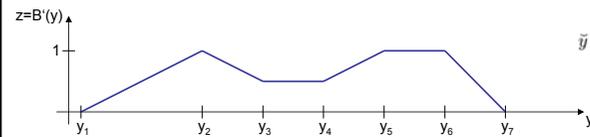
Dreieck:



Trapez:



Fuzzy Regelung: Exkurs Schwerpunkt



$$\tilde{y} = \frac{\int y \cdot B'(y) dy}{\int B'(y) dy}$$

Annahme: Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen stückweise linear

Ergebnismenge $B'(y)$ liegt als Punktsequenz $(y_1, z_1), (y_2, z_2), \dots, (y_n, z_n)$ vor

⇒ Fläche unter $B'(y)$ und gewichtete Fläche stückweise additiv ermitteln

⇒ Geradengleichung $z = m y + b \Rightarrow (y_i, z_i)$ und (y_{i+1}, z_{i+1}) einsetzen

⇒ liefert m und b für jede der $n-1$ linearen Teilstrecken

$$\Rightarrow F_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} (m y + b) dy = \frac{m}{2}(y_{i+1}^2 - y_i^2) + b(y_{i+1} - y_i)$$

$$\Rightarrow G_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} y (m y + b) dy = \frac{m}{3}(y_{i+1}^3 - y_i^3) + \frac{b}{2}(y_{i+1}^2 - y_i^2)$$

$$\tilde{y} = \frac{\sum_i G_i}{\sum_i F_i}$$

Fuzzy Regelung

Defuzzifizierung

- „Flächenmethode“ (Center of Area, COA)

- gedacht als Approximation von COG

- seien \hat{y}_k die Schwerpunkte der Ausgabemengen $B'_k(y)$:

$$\tilde{y} = \frac{\sum_k A_k(x_0) \cdot \hat{y}_k}{\sum_k A_k(x_0)}$$

Fuzzy Regelung

Sind Fuzzy-Regler eine neue Art von Reglern?

Was ist anders bei Fuzzy Reglern?

Fuzzy Regelung

Kennfeldregler

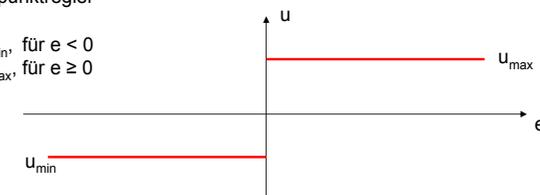
- Regelabweichung $e(t) = w(t) - y(t) = \text{Sollwert} - \text{Istwert}$

- für jede mögliche Regelabweichung wird Steuergröße hinterlegt:

- dargestellt als Kennlinie e vs. u
(bzw. als Kennfeld bei höheren Dimensionen)

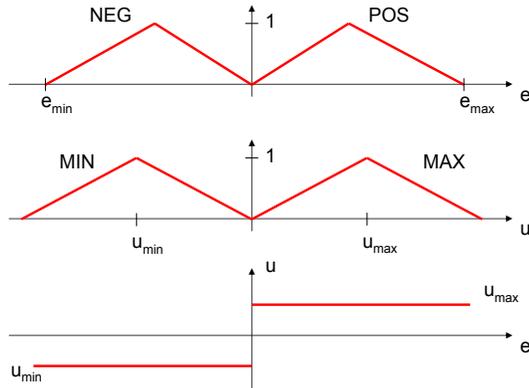
Bsp: Zweipunktregler

$$u = \begin{cases} u_{\min}, & \text{für } e < 0 \\ u_{\max}, & \text{für } e \geq 0 \end{cases}$$



Fuzzy-Version des Zweipunktreglers

IF e=NEG THEN u=MIN
IF e=POS THEN u=MAX



Fazit:

- Fuzzy-Regler stellen keinen neuen Reglertyp dar
- Fuzzy-Regler sind Kennfeldregler
⇒ typischerweise ist Kennfeld stark nichtlinear

Neu:

- Parametrisierung des Reglers:
 - nicht explizit durch Grafik, Formel, Angabe von Steigung / Knickpunkte
 - sondern implizit in linguistischer Form durch
 - Festlegung der Zugehörigkeitsfunktionen für Eingangs- und Stellgrößen
 - Formulierung der Regelbasis
⇒ viele Freiheitsgrade!

Mamdani-Regler:

Benutze $R(x,y) = \min \{ A(x), B(y) \}$, max-Aggregation
Defuzzifizieren von $B'(y)$ mit Schwerpunktmethode
→ ergibt Regler-/Steuergröße u

Larsen-Regler:

Benutze $R(x,y) = A(x) \cdot B(y)$, max-Aggregation
Defuzzifizieren von $B'(y)$ mit Schwerpunktmethode
→ ergibt Regler-/Steuergröße u

Güte von Reglern: Integralkriterien

1. quadratische Regelfläche

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} e_t^2 dt \quad \rightarrow \text{min!}$$

2. betragslineare Regelfläche

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} |e_t| dt \quad \rightarrow \text{min!}$$

3. zeitgewichtete Regelflächen k-ter Ordnung

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} t \cdot |e_t|^k dt \quad \rightarrow \text{min!}$$



Güte von Reglern: Kenngrößenkriterien (Beispiele)

1. bleibende Regelabweichung

$$Q = e_B \rightarrow \text{min!}$$

2. Abweichung von vorgegebener Überschwingweite Δh^*

$$Q = |\Delta h - \Delta h^*| \rightarrow \text{min!}$$

Güte von Reglern: Verlaufskriterien

z.B. Abweichung von vorgegebenem Sollverlauf $y^*(t)$

$$Q = \int_{t=0}^{\infty} |y(t) - y^*(t)|^k dt \rightarrow \text{min!}$$