



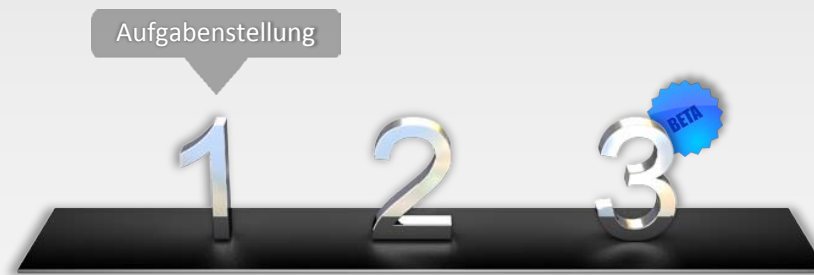
Algorithmen und Datenstrukturen

- Interpretation des Linearen Programms -

Wolfgang Walz – Helena Kotthaus – Kyrill Risto

- Aufgabenstellung
- Lineares Programm
- Interpretation

- Lösen Sie das LP mit dem Simplexalgorithmus.
- Geben Sie eine ökonomische Interpretation der ersten und der beiden letzten Iterationen.



Maximiere:

$$8L_f + 14L_R + 11L_U + 4A_f + 12A_R + 7A_U + 4M_f + 13M_R + 9M_U$$

Lachse

Aale

Makrelen

Unter Einhaltung der nachfolgenden Nebenbedingungen:

$$\begin{pmatrix} L_f + L_R + L_U \\ L_R \\ L_U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_f + A_R + A_U \\ A_R \\ A_U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_f + M_R + M_U \\ M_R \\ M_U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \leq 480 \\ \leq 400 \\ \leq 230 \\ \leq 420 \\ \leq 250 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \leftarrow \text{max. 480 Lachse} \\ \leftarrow \text{max. 400 Aale} \\ \leftarrow \text{max. 230 Makrelen} \\ \leftarrow \text{max. 420 Einheiten tagsüber räucherbar} \\ \leftarrow \text{max. 250 Einheiten in} \\ \leftarrow \text{Überstunden räucherbar} \end{pmatrix}$$

Lin. Programm

1

2

3



Tableau 0	-8	-14	-11	-4	-12	-7	-4	-13	-9	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	480
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
Iteration 1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	420
	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	250
Tableau 1	-8	0	-11	-4	2	-7	-4	1	-9	0	0	0	14	0	5880
	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0	-1	0	60
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
Iteration 2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	420
	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	250
Tableau 2	3	0	0	-4	-9	-7	-4	-10	-9	11	0	0	3	0	6540
	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0	-1	0	60
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	420
	-1	0	0	0	1	1	0	1	1	-1	0	0	1	1	190
Tableau 5	0	6	0	-4	0	-4	-3	0	-5	8	0	1	12	3	9860
	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	250
	0	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	-1	0	210
Iteration 3	1	1	0	0	0	-1	0	0	-1	1	0	0	0	-1	230
	0	1	0	0	1	0	-1	0	-1	0	0	-1	1	0	190
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
Tableau 6	0	1	0	1	0	1	2	0	0	8	5	6	7	3	10910
	0	1	1	-1	0	0	-1	0	0	0	-1	-1	1	1	40
	0	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	-1	0	210
	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	-1	-1	440
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	1	0	20

Lösung

1

2

3 BETA

Bei ökonomischen Anwendungen, in denen als Primalvariable Produktionsmengen bestimmt werden, lassen sich die Dualvariablen als Preise von [...] Endprodukten deuten; man nennt sie daher „Schattenpreise“,

Schattenpreise

-8	-14	-11	-4	-12	-7	-4	-13	-9	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	480
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	420
0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	250

Die Schlupfvariablen haben einen positiven Schattenpreis → alle Restriktionen vollständig ausgeschöpft.

0	1	0	1	0	1	2	0	0	8	5	6	7	3	10910
0	1	1	-1	0	0	-1	0	0	0	-1	-1	1	1	40
0	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	-1	0	210
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	-1	-1	440
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	1	0	20

- Im optimalen Tableau sind Schattenpreise der Schlupfvariablen Bewertungen der „kleiner-gleich“ Restriktion.
- Positive Schattenpreise stellen den Anstieg des Gewinns dar, der einträte, wenn die Kapazität der Restriktion um eine Einheit erweitert würde.
- Restriktionen mit einem Schattenpreis von „0“ stellen nicht vollständig genutzte Kapazitäten dar.

Interpretation



Tableau 0	-8	-14	-11	-4	-12	-7	-4	-13	-9	0	0	0	0	0	0
Iteration 1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	480
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	420
	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	250
Tableau 1	-8	0	-11	-4	2	-7	-4	1	-9	0	0	0	14	0	5880
Iteration 2	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0	-1	0	60
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	420
	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	250
Tableau 2	3	0	0	-4	-9	-7	-4	-10	-9	11	0	0	3	0	6540
Iteration 3	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0	-1	0	60
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	420
	-1	0	0	0	1	1	0	1	1	-1	0	0	1	1	190
Tableau 5	0	6	0	-4	0	-4	-3	0	-5	8	0	1	12	3	9860
Iteration 3	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	250
	0	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	-1	0	210
	1	1	0	0	0	-1	0	0	-1	1	0	0	0	-1	230
	0	1	0	0	1	0	-1	0	-1	0	0	-1	1	0	190
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	230
Tableau 6	0	1	0	1	0	1	2	0	0	8	5	6	7	3	10910
Iteration 3	0	1	1	-1	0	0	-1	0	0	0	-1	-1	1	1	40
	0	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	-1	0	210
	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	-1	-1	440
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	400
	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	1	0	20

Pivotspalte mit steilstem Anstieg: Lachse, die tagsüber geräuchert werden, bringen am meisten ein.

Nicht alle **Restriktionen** werden vollständig ausgeschöpft.

Es sind weiterhin negative **Schattenpreise** der Entscheidungsvariablen vorhanden.

440 Lachse, frisch
40 Lachse in Überstunden
400 Aale, geräuchert
20 Makrelen, geräuchert
210 Makrelen in Überstunden geräuchert

Interpretation II



<http://hhboehm.gmxhome.de/dualvari.htm>

<http://www.ibwl.uni-kassel.de/vahrenkamp/Lehre/Methoden1.pdf>

https://www.tu-chemnitz.de/wirtschaft/wi1/lehre/2007_ss/eus/unterlagen/EUS_LOPI_SS07.pdf