

Petra Mutzel  
Nicola Beume, Christian Bockermann, Christian Horoba,  
Ingo Schulz, Dirk Sudholt, Christine Zarges

Sommersemester 2009

## DAP2 Übung – Blatt 4

**Ausgabe:** 7. Mai, **Abgabe:** 14. Mai, 14:00 Uhr, **Block:** B

### Aufgabe 4.1 (4 Punkte)

1. Ist eine Sequenz, die in aufsteigend sortierter Reihenfolge vorliegt, ein MinHeap?
2. Ist die Sequenz  $\langle 42, 23, 31, 14, 22, 23, 27, 15, 11, 10 \rangle$  ein MaxHeap?
3. An welchen Positionen einer Sequenz sind die Blätter eines MinHeaps (bei Repräsentation als Binärbaum) mit  $n$  Elementen enthalten?
4. Gegeben sei eine beliebige Sequenz  $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ , welche ein MinHeap ist. Betrachte nun die Sequenz  $A' = \langle a_n, a_{n-1}, \dots, a_1 \rangle$ . Ist  $A'$  ein MaxHeap?

Begründe Deine Antworten!

### Aufgabe 4.2 (4 Punkte)

- a) Erstelle unter Verwendung der Prozedur `CREATEHEAP` zur Sequenz

$\langle 11, 7, 46, 40, 30, 51, 12, 57, 8, 19 \rangle$

einen MaxHeap. Veranschauliche die einzelnen Iterationsschritte entweder wie im Skript durch Binärbäume oder aber durch Sequenzen, bei denen die verarbeiteten Sequenzelemente optisch kenntlich gemacht werden.

- b) Sortiere die Sequenz

$\langle 48, 42, 47, 12, 28, 43, 14, 2, 7, 15 \rangle$

mit Hilfe von Heapsort. Stelle den Ablauf von Heapsort für diese Sequenz analog zur Abbildung 3.6 im Skript dar.

### Aufgabe 4.3 (4 Punkte)

Wir betrachten Priority-Queues, die durch Min-Heaps implementiert werden. Gegeben sei die Priority-Queue  $P$  durch die Array-Darstellung  $\langle 2, 6, 4, 10, 12, 9, 8, 14, 20, 13 \rangle$ . (Anmerkung: Wir speichern hier in der Priority-Queue nur die Prioritäten und keine Werte.)

1. Gib den dadurch repräsentierten Min-Heap in Baumdarstellung an.
2. Führe auf  $P$  die Operation  $pos := \text{INSERT}(11)$  aus und gib den resultierenden Min-Heap in Baumdarstellung an. (Anmerkung: Der Rückgabewert  $pos$  bezeichnet die Position des eingefügten Elementes.)
3. Führe danach auf  $P$  die Operation  $\text{EXTRACTMIN}()$  aus und gib den resultierenden Min-Heap in Baumdarstellung an.
4. Führe danach auf  $P$  die Operation  $\text{DECREASEPRIORITY}(5, 3)$  aus und gib den resultierenden Min-Heap in Baumdarstellung an.

### Präsenzaufgabe 4.4

Die Herstellung der Heapeigenschaft einer Sequenz beim Heapsort haben wir mit Hilfe der Prozedur  $\text{CREATEHEAP}$  wie folgt implementiert: **for**  $i := \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, \dots, 1$  **do**  $\text{SIFTDOWN}(A, i, n)$ . Welche der folgenden Pseudocodes beschreiben eine alternative Implementierung von  $\text{CREATEHEAP}$ ? Bitte gib jeweils einen Beweis bzw. ein Gegenbeispiel an:

1. **for**  $i := \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, \dots, 1$  **do**  $\text{SIFTDOWN}(A, i, 2 \cdot i + 1)$
2. **for**  $i := 1$  **to**  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  **do**  $\text{SIFTDOWN}(A, i, n)$
3.  $k := 2^{\lceil \log n \rceil}$   
**while**  $k \geq 1$  **do**  
    **for**  $i := k$  **to**  $2 \cdot k - 1$  **do**  $\text{SIFTDOWN}(A, i, n)$   
     $k := k/2$   
**end while**