Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Professor Dr. Petra Mutzel

Lehrstuhl für Algorithm Engineering, LS11

Fakultät für Informatik, TU Dortmund

3. VO DAP2 SS 2009 21. April 2009

Praktikum zu DAP 2

- Beginn: Mittwoch 22. April
- Bitte das 1. Praktikumsblatt vorher durchlesen (nicht schon lösen ☺)

Freiwilliger Linux-Kurs von Wilfried Rupflin und Sven Jörges

- **Termine:** Dienstag 14-16 Uhr und alternativ Donnerstag 16-18 Uhr
- **Beginn:** 21.04. (heute)
- GB V R. 014/015

Überblick

- ADT Sequence
- ADT Stack
- ADT Queue
- ADT Dictionary

Realisierung mit
- Feldern
- verketteten Listen

- Theoretische Laufzeitanalyse

Motivation

„Warum soll ich hier bleiben?“

Grundlage für alles Weitere!!!

„Das kenne ich ja schon alles!“

Auch die Analyse?

Tipp: Beliebte Klausuraufgabe: „Realisieren Sie den ADT XXX mit einfach verketteten Listen der Form YYY (nicht ringförmig). Analyse!“

Rückblick:

Asymptotische Laufzeit: O-Notation

- $O(g(n))$ ist die Menge aller positiven Funktionen $f(n)$, für die ein c und ein n_0 (beide positiv und unabhängig von n) existieren, so dass für alle $n \geq n_0$ gilt: $f(n) \leq cg(n)$.

$$O(g(n)) = \{f(n) : N \rightarrow R^+ \mid (\exists c, n_0 > 0), (\forall n \geq n_0) : f(n) \leq cg(n)\}$$

Beweis für die Aussage:

- $\theta(g(n)) = O(g(n)) \cap \Omega(g(n))$ (s. Tafel)

Abstrakte Datentypen

- Ein **abstrakter Datentyp (ADT)** besteht aus einem Wertebereich (d.h. einer Menge von Objekten) und darauf definierten Operationen.

- Die Menge der Operationen bezeichnet man auch als **Schnittstelle** des Datentyps.

- Eine **Datenstruktur** ist eine Realisierung bzw. Implementierung eines ADT.

Der ADT Sequence

- **Wertebereich:** Menge aller endlichen Folgen eines gegebenen Grundtyps.

- $S=<a_1,a_2,\ldots,a_n>$ Leere Sequenz: $<>$

- **Operationen:**
  - Im folgenden betrachten wir die Sequence $S=<a_1,a_2,\ldots,a_n>$ mit Grundtyp val

Operationen des ADT Sequence

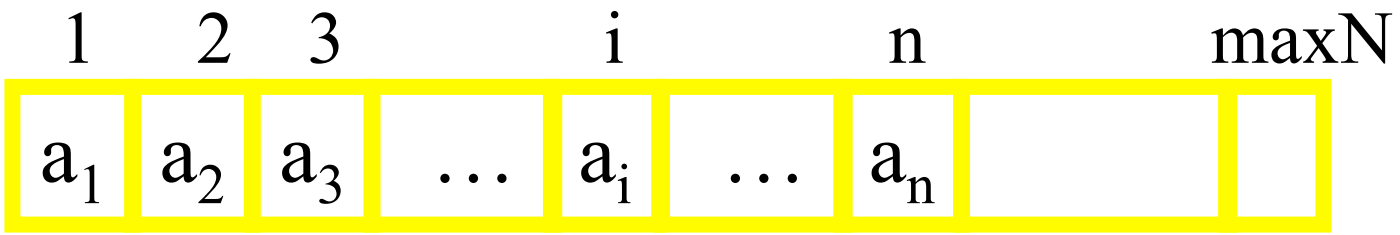
- **INSERT(val x, pos p): pos**
  - Einfügen eines Elements x vor dem Element an Position p
- INSERT(x,pos(a_i)): S=<a_1,a_2,…a_{i-1},x,a_i,…,a_n>
- INSERT(x,nil): S=<a_1,a_2,…,a_n,x>
- **DELETE(pos p)**
  - Löscht das Element an Position p (p≠nil).
- DELETE(pos(a_i)): S=<a_1,a_2,…a_{i-1},a_{i+1},…,a_n>

Operationen des ADT Sequence

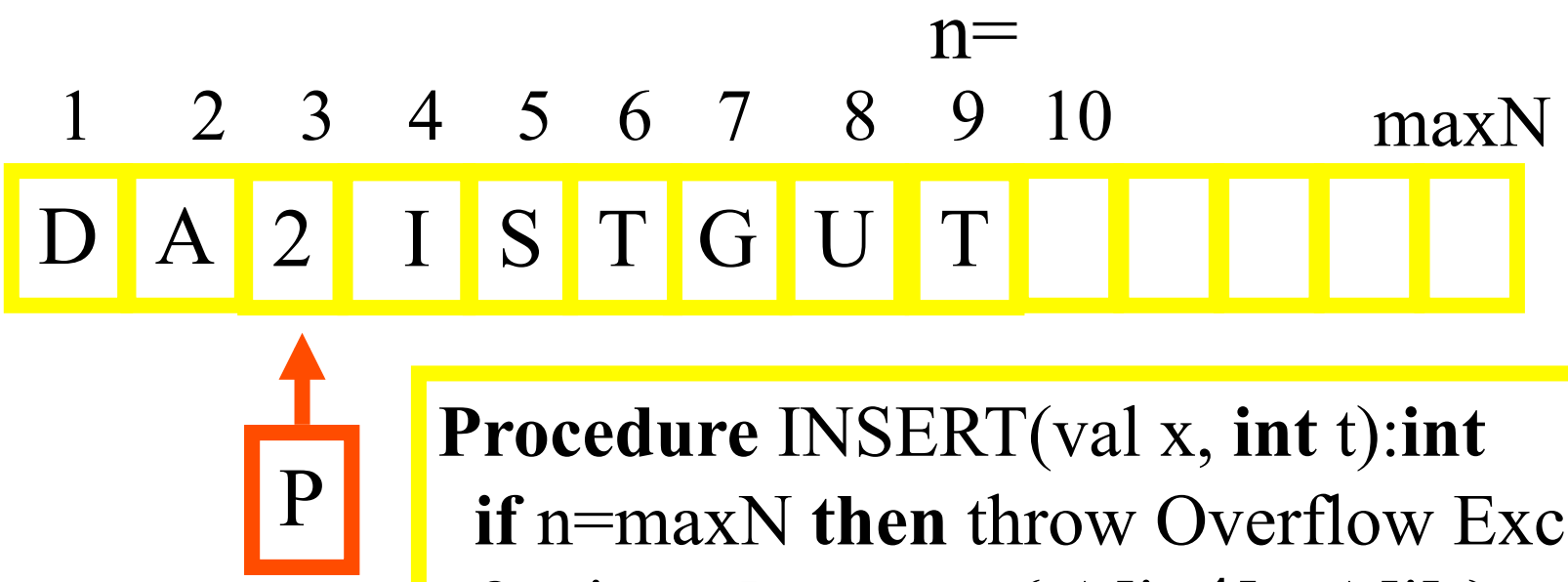
- **GET(int i): val**
  - Gibt das Element an i-ter Stelle zurück $(1 \leq i \leq n)$
- GET(i): a_i
- **CONCATENATE(Seq S´)**
  - Hängt die Sequence S´ hinten an S an (müssen gleichen Grundtyp besitzen)
- CONCATENATE(S´): Falls $S' = \langle a'_1, a'_2, \ldots, a'_m \rangle$, dann: $\langle a_1, a_2, \ldots a_n, a'_1, \ldots, a'_m \rangle$

Realisierung durch Felder

- Interne Repräsentation:
  - Speicherung als Array der Dimension maxN
  - Position wird durch Feldindex angegeben
- Leeres Feld: n:=0



Beispiel: INSERT(P,3):3

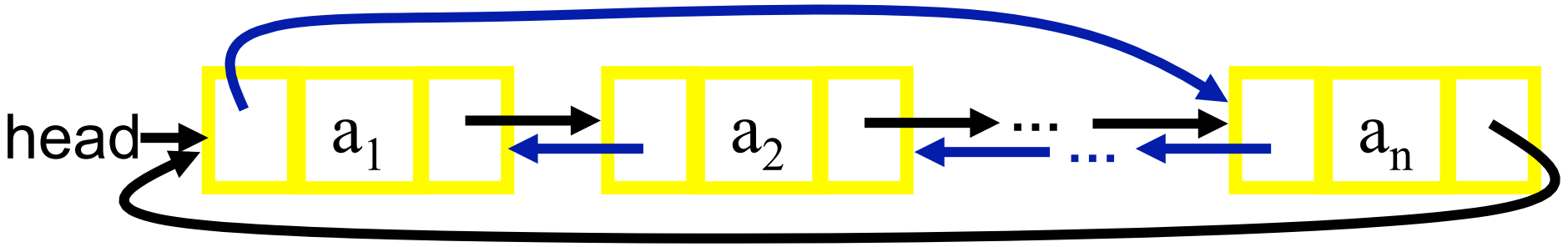



```
Procedure INSERT(val x, int t):int
  if n=maxN then throw Overflow Exc.
  for i:=n downto t { A[i+1]:=A[i] }
  A[t]:=x
  n:=n+1
  return t
```

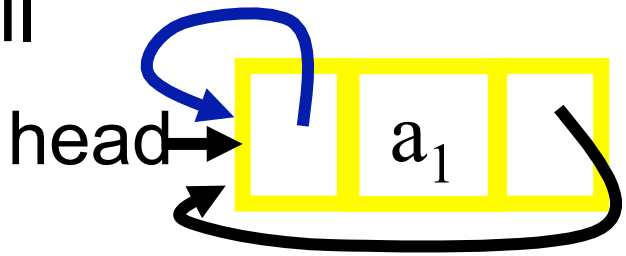
Realisierung der Operationen: s. TeX-Folien bzw. Skript

Realisierung durch Listen

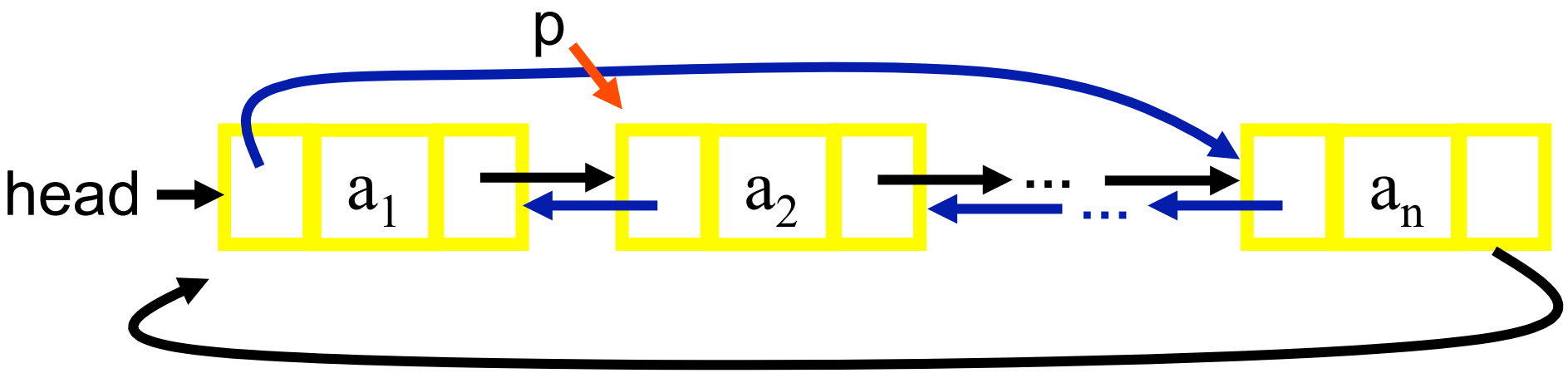
- Interne Repräsentation:
  - Speicherung als doppelt verkettete Liste
  - vorwärts und rückwärts ringförmig verkettet

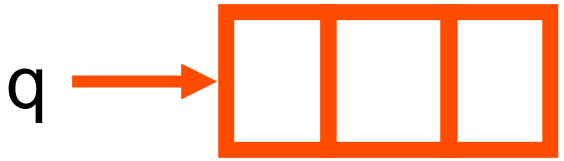


- Leere Liste: head→nil
- 1-elementige Liste:



Beispiel: INSERT(x,p):q



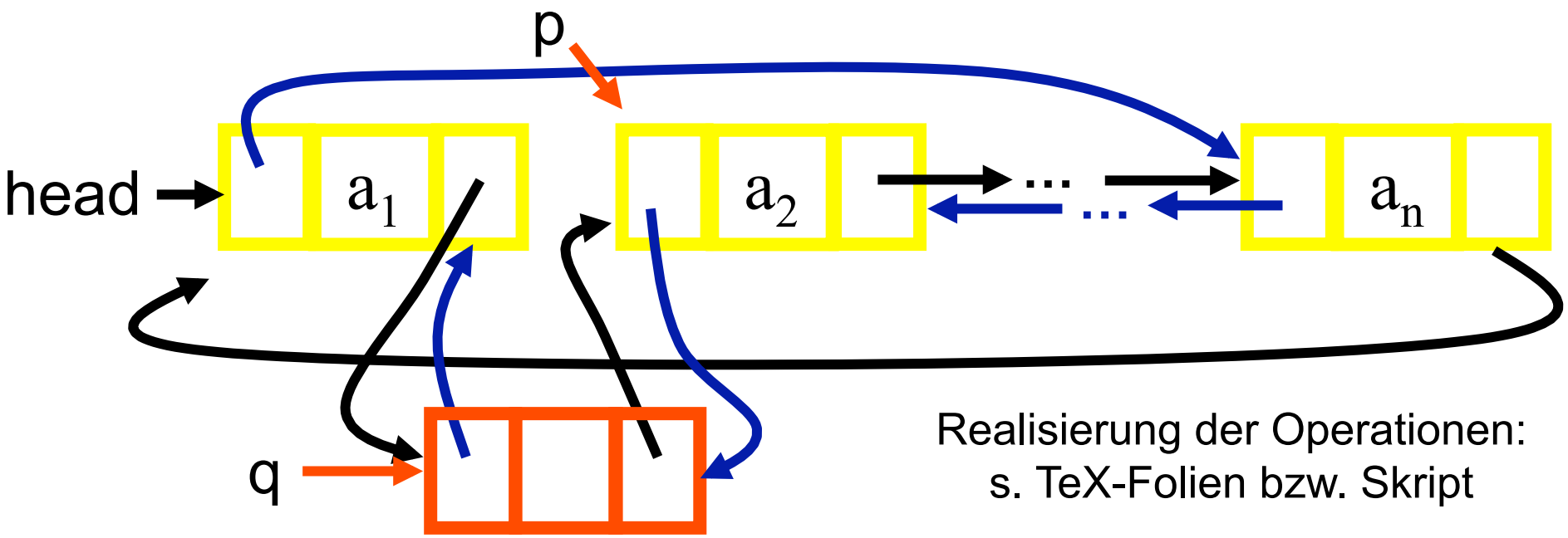


Realisierung der Operationen:
s. TeX-Folien bzw. Skript

...

```
if head=nil then head:=q.next:=q.prev:=q else
  if p=head then head:=q
  if p=nil then p:=head  // hinten einfügen = vor head
  q.next:=p;  q.prev:=p.prev
  q.next.prev:=q.prev.next:=q ...
```

Beispiel: INSERT(x,p):q



Realisierung der Operationen:
s. TeX-Folien bzw. Skript

...

```
if head=nil then head:=q.next:=q.prev:=q else
  if p=head then head:=q
  if p=nil then p:=head  // hinten einfügen = vor head
  q.next:=p;  q.prev:=p.prev
  q.next.prev:=q.prev.next:=q ...
```

Laufzeitanalyse des ADT Sequence

	Best-Case		Average-Case Worst-Case	
Operation	Felder	Listen	Felder	Listen
Initialisierung	$\Theta(1)+\text{Alloc}$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)+\text{Alloc}$	$\Theta(1)$
INSERT	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$
DELETE	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$
GET	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$
CONCAT	$\Theta(1+S'.n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1+S'.n)$	$\Theta(1)$

$\Rightarrow$ bei Einfügen und Entfernen: Listen besser als Arrays

Der ADT Stack

„Stack“: Stapelspeicher, LIFO-Speicher

- **Wertebereich:** Menge aller endlichen Folgen eines gegebenen Grundtyps.

- $S=<a_1,a_2,\ldots,a_n>$ Leerer Stack: $<>$

- **Operationen:**
  - Im folgenden betrachten wir den Stack $S=<a_1,a_2,\ldots,a_n>$ mit Grundtyp val

Operationen des ADT Stack

- **PUSH(val x)**
  - Legt ein neues Element x auf den Stack

- PUSH(x): $S=<a_1,a_2,\ldots a_n,x>$

- **POP() : val**
  - Gibt das oberste Element des Stacks zurück und entfernt es $(n>0)$.

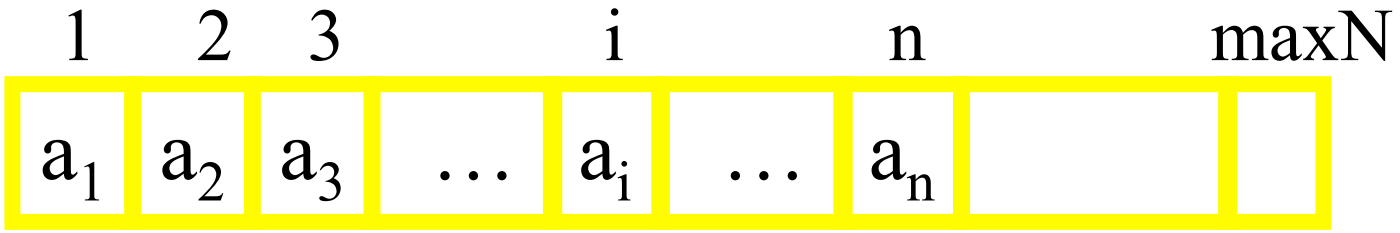
- POP(): a_n

- **ISEMPTY() : bool**
  - Gibt **true** zurück, falls S leer ist; sonst **false**.

Realisierung des ADT Stack durch Felder

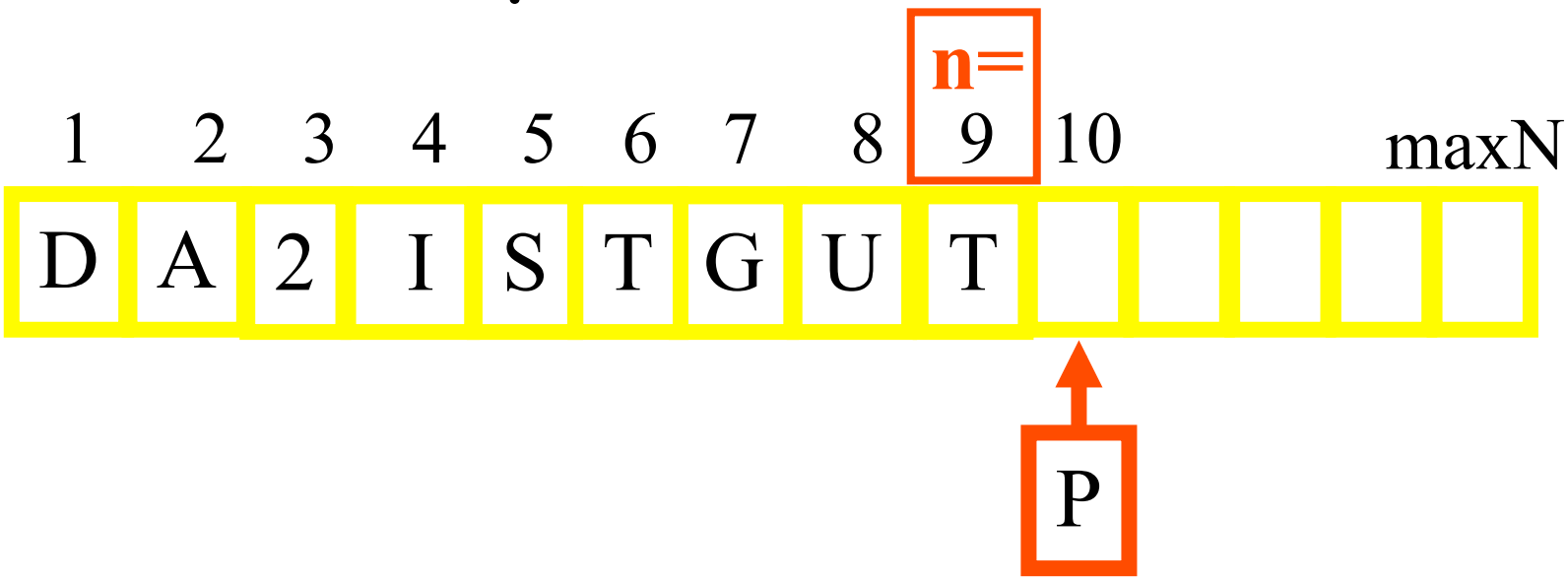
- Interne Repräsentation:
  - Speicherung als Array der Dimension maxN
  - Position wird durch Feldindex angegeben

- Leeres Feld: n:=0



ähnlich wie bei ADT Sequence, nur einfacher

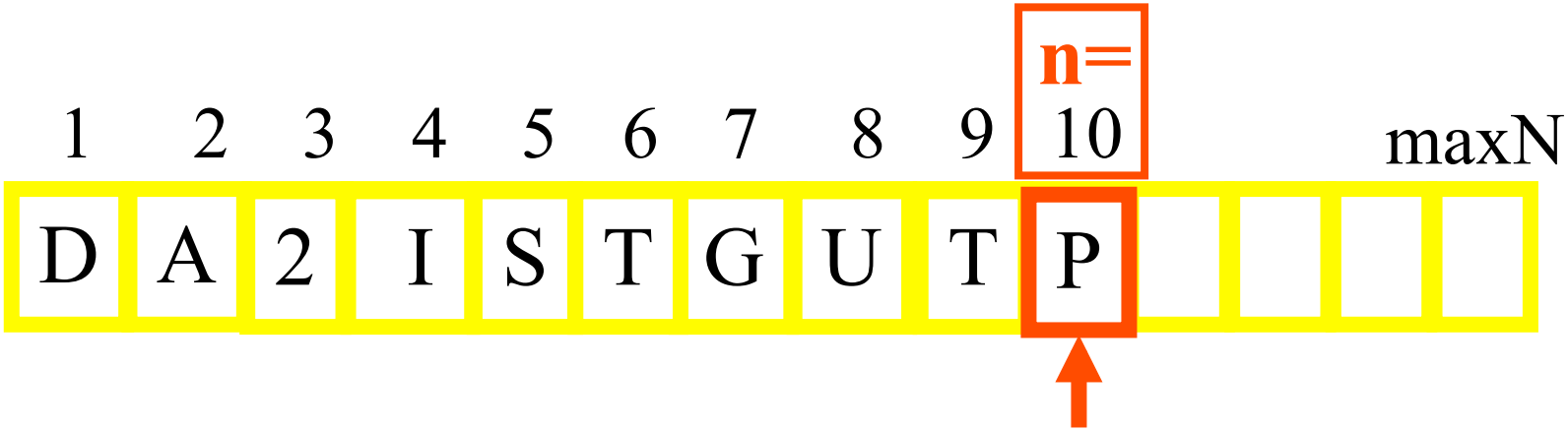
Beispiel: PUSH(P)




```
Procedure PUSH(val x)
  if n=maxN then throw Overflow Exception
  n:=n+1
  A[n]:=x
```

Realisierung der Operationen: s. TeX-Folien bzw. Skript

Beispiel: PUSH(P)

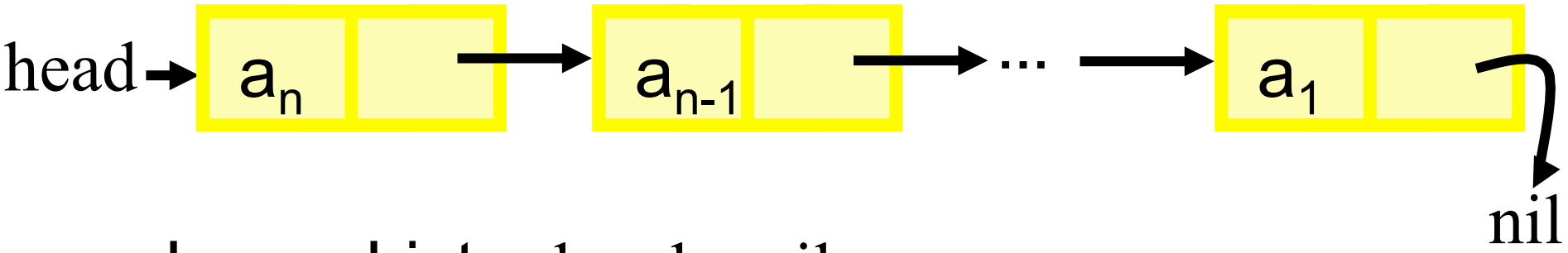



```
Procedure PUSH(val x)
  if n=maxN then throw Overflow Exception
  n:=n+1
  A[n]:=x
```

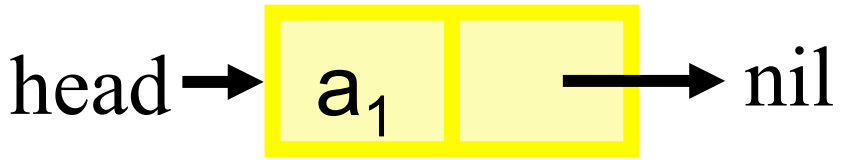
Realisierung der Operationen: s. TeX-Folien bzw. Skript

Realisierung des ADT Stack durch Listen

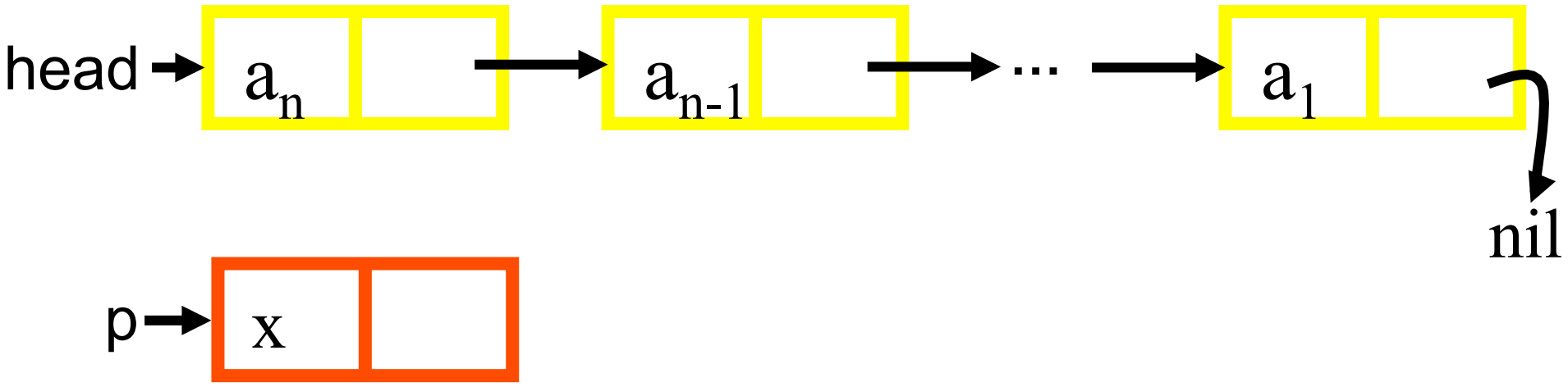
- Interne Repräsentation:
  - Speicherung als einfach verkettete Liste
  - vorwärts und rückwärts ringförmig verkettet



- Leere Liste: head→nil
- 1-elementige Liste:



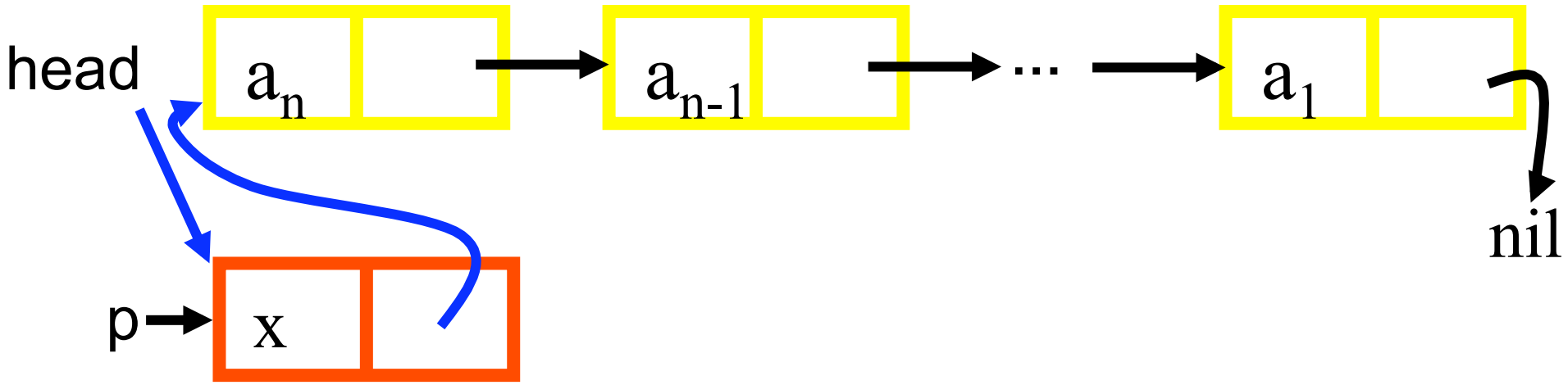
Beispiel: PUSH(x)




```
Procedure PUSH(val x)
  var SListEl p:=new SListEl
  p.value:=x
  p.next:=head
  head:=p
```

Realisierung der Operationen: s. TeX-Folien bzw. Skript

Beispiel: PUSH(x)




```
Procedure PUSH(val x)
  var SListEl p:=new SListEl
  p.value:=x
  p.next:=head
  head:=p
```

Realisierung der Operationen: s. TeX-Folien bzw. Skript

Laufzeitanalyse des ADT Stack

Worst-Case, Best-Case, Average Case

Operation	Felder	Listen
Initialisierung	$\Theta(1)$+Alloc	$\Theta(1)$
ISEMPTY	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
PUSH	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
POP	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$

$\Rightarrow$ falls maxN bekannt: Arrays besser, da dynamische Speicherallokierung (wie bei Listen) langsamer ist.

Der ADT Queue

„Queue“: Warteschlangen, FIFO-Speicher

- **Wertebereich:** Menge aller endlichen Folgen eines gegebenen Grundtyps.

- $S=<a_1,a_2,\ldots,a_n>$ Leere Queue: $<>$

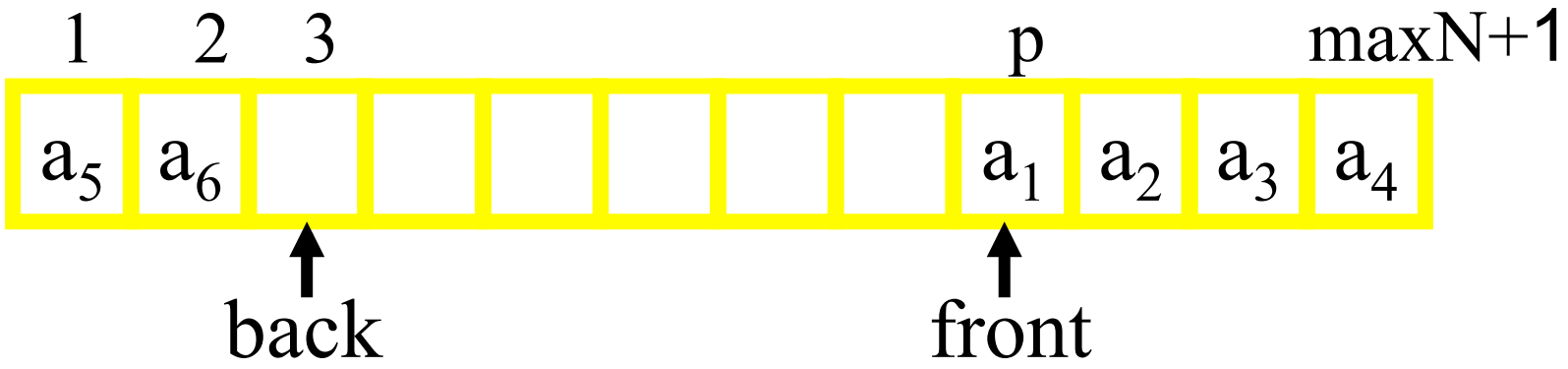
- **Operationen:**
  - Im folgenden betrachten wir die Queue: $S=<a_1,a_2,\ldots,a_n>$ mit Grundtyp val

Operationen des ADT Queue

- **PUT (val x)**
  - Legt ein neues Element x an das Ende der Queue
- **PUT** (x): $S=<a_1,a_2,\ldots a_n,x>$
- **GET () : val**
  - Gibt das erste Element der Queue zurück und entfernt es ($n>0$).
- **GET** (): a_1
- **ISEMPTY() : bool**
  - Gibt **true** zurück, falls S leer ist; sonst **false**.

Realisierung des ADT Queue durch Felder

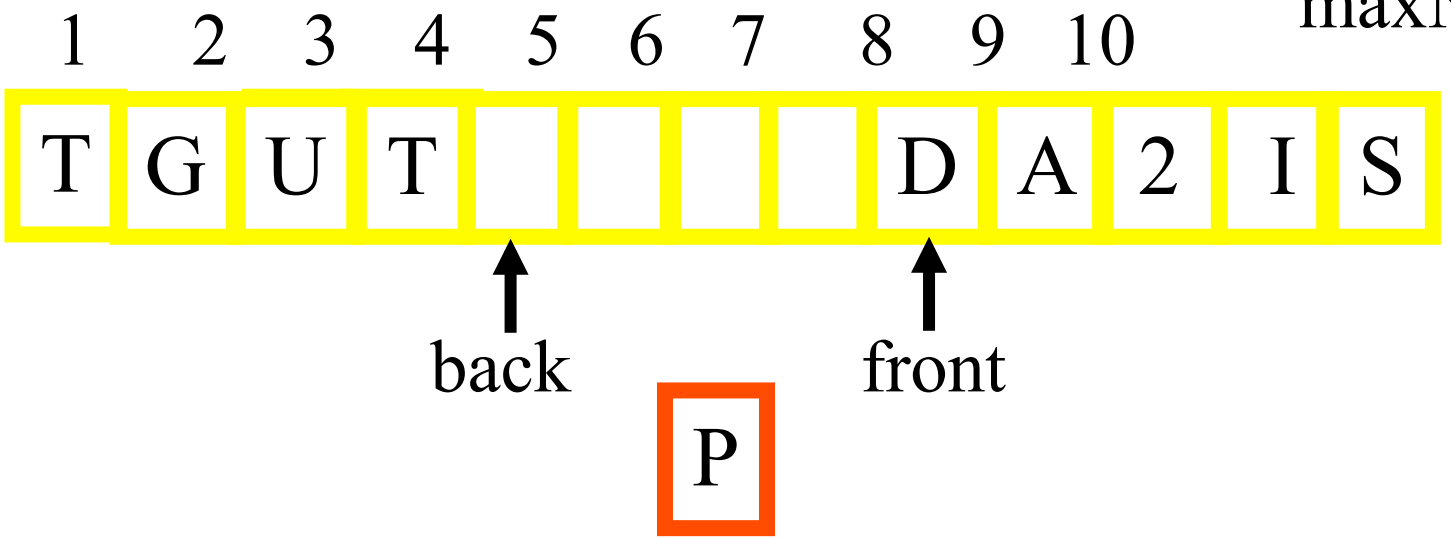
- Interne Repräsentation:
  - Speicherung als Array der Dimension maxN
  - Trick: Queue ist zyklisch im Feld gespeichert
  - Position wird durch Feldindizes front und back angegeben



back zeigt hinter das letzte Listenelement; um korrekt auf Überlauf zu testen, nutzen wir maxN+1 Felder

Beispiel: PUT(P)

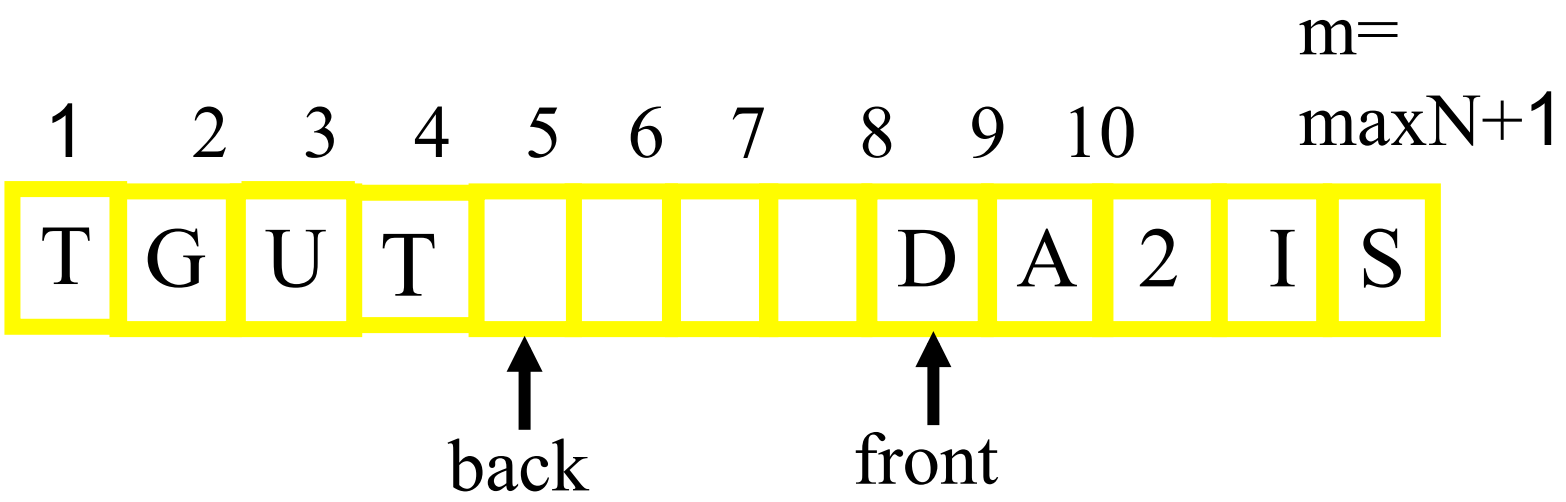
m= maxN+1



Initialisierung:	Function ISEMPTY():bool
front:=back:=1	return front=back

```
Procedure PUT(val x)
A[back]:=x
if back=m then back:=1 else back:=back+1
if front=back then throw Overflow Exception
```

Beispiel: GET()

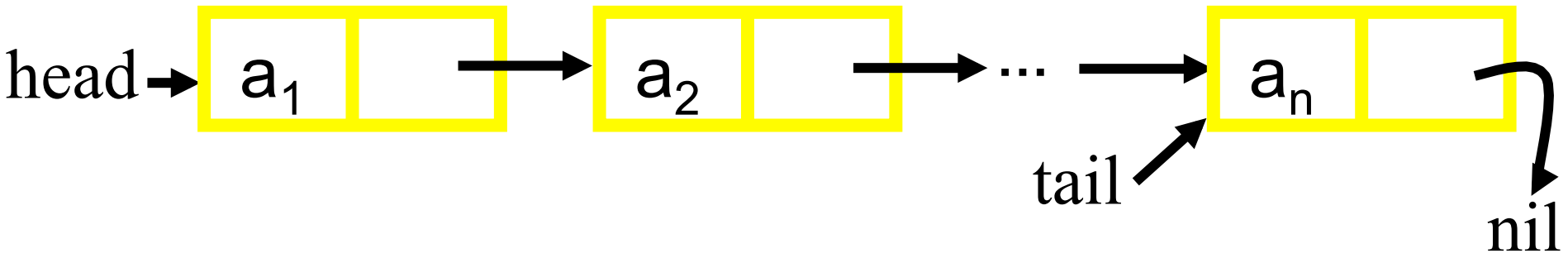



```
Procedure GET():val
if front=back then throw Underflow Exception
x:=A[front]
If front=m then front:=1 else front:=front+1
return x
```

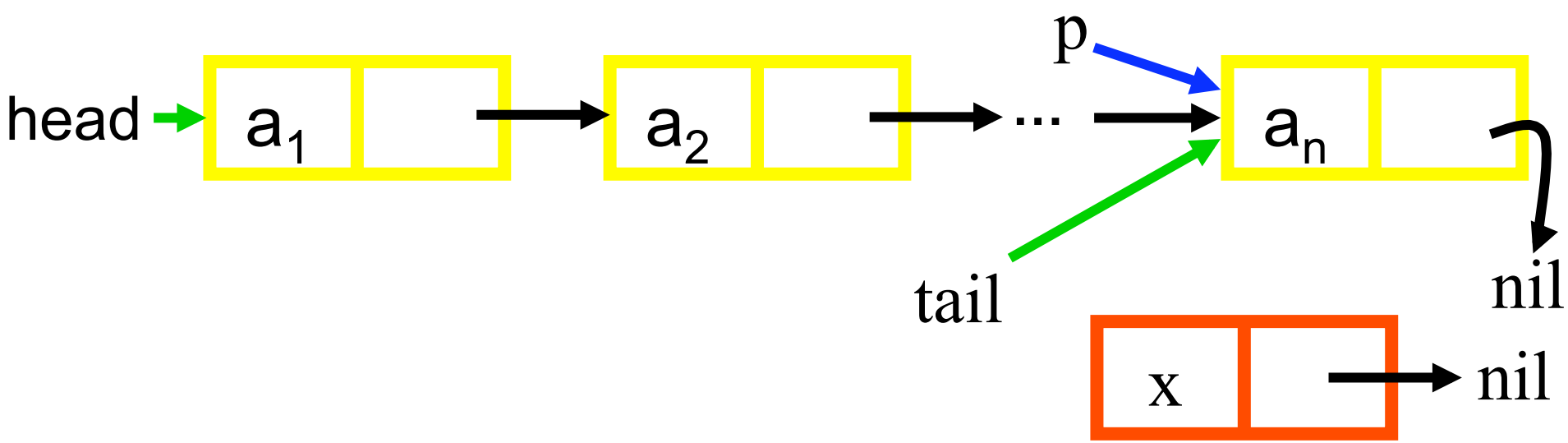
Realisierung aller Operationen: s. Skript

Realisierung des ADT Queue durch Listen

- Interne Repräsentation:
  - Speicherung als einfach verkettete Liste
  - Zeiger head und tail auf Anfang und Ende



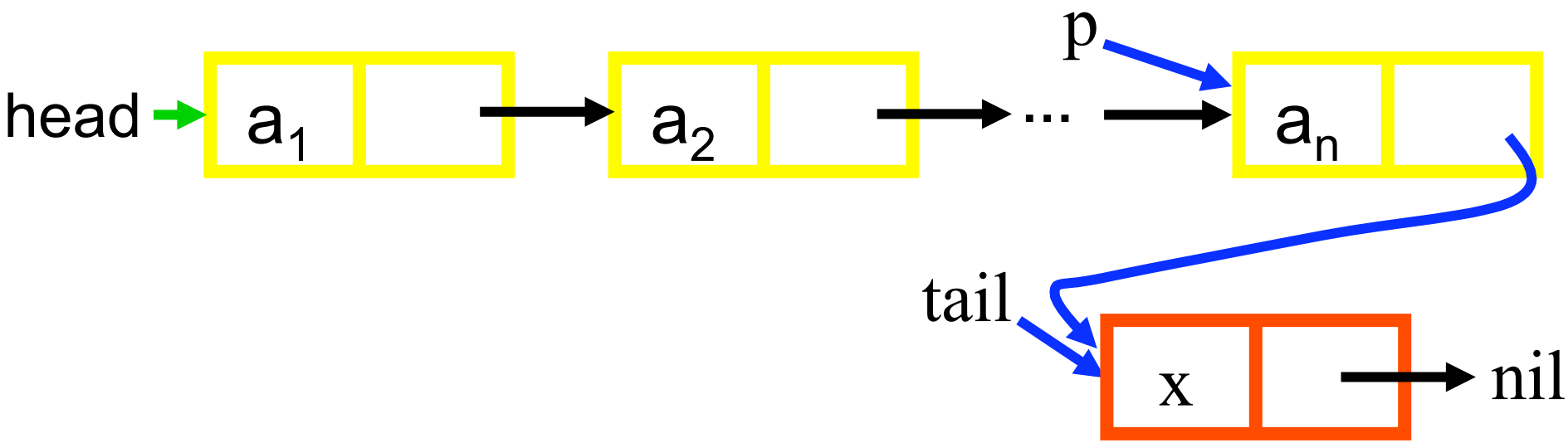
Beispiel: PUT(x)




```
Procedure PUT(val x)
  var SListEl p:=tail
  tail:=new SListEl
  tail.value:=x; tail.next:=nil
  if head=nil then head:=tail else p.next:=tail
```

Realisierung der Operationen: s. Skript

Beispiel: PUT(x)




```
Procedure PUT(val x)
  var SListEl p:=tail
  tail:=new SListEl
  tail.value:=x; tail.next:=nil
  if head=nil then head:=tail else p.next:=tail
```

Realisierung der Operationen: s. Skript

Laufzeitanalyse des ADT Queue

Worst-Case, Best-Case, Average Case

Operation	Felder	Listen
Initialisierung	$\Theta(1)$+Alloc	$\Theta(1)$
ISEMPTY	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
PUT	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
GET	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$

Vergleichen Sie diese Tabelle mit der von ADT Stack

Der ADT Dictionary

„Dictionary“: Wörterbuch

z.B (Matrikelnummer,Name)

- **Wertebereich:** $D \subseteq K \times V$, wobei K Schlüssel (key) bezeichnet und V die Werte. Dabei ist jedem $k \in K$ höchstens ein $v \in V$ zuordnet.

- **Operationen:**
  - **Einfügen, Entfernen, Suchen** (s. nächste Folie)
  - Im folgenden sei Q ein Dictionary vor Anwendung der Operationen.

Operationen des ADT Dictionary

- **INSERT(K k,V v)**

  z.B (Matrikelnummer,Name)

  – Falls k nicht schon in D ist, dann wird ein neuer Schlüssel k mit Wert v in D eingefügt, andernfalls wird der Wert des Schlüssels k auf v geändert.

INSERT(k,v): Falls k neu: $D := D \cup (k,v)$, sonst

$D := D \setminus (k,v') \cup (k,v)$

- **DELETE(K k)**
  – Entfernt Schlüssel k mit Wert aus D (falls k in D)

- **SEARCH(K k): V**
  – Gibt den bei Schlüssel k gespeicherten Wert zurück (falls k in D)

Der ADT Dictionary

- **Wörterbuchproblem:** Finde eine Datenstruktur mit möglichst effizienten Implementierungen für die Operationen eines Dictionary.

- **Naive Lösung:** als Paar von Feldern: → Lineare Laufzeit **für alle Operationen**

- **Im Laufe der Vorlesung:** einige weitaus bessere Verfahren!