

# Systemanalyse

Sommer-Semester 2005

Hans-Paul Schwefel (Vorlesung), Karlheinz Schmitt (Übungen)

Lehrstuhl Informatik XI  
Fachbereich Informatik  
Universität Dortmund

**Folien zur Vorlesung**

e-mail: [hps@udo.edu](mailto:hps@udo.edu), [karlheinz.schmitt@cs.uni-dortmund.de](mailto:karlheinz.schmitt@cs.uni-dortmund.de)

<http://Ls11-www.cs.uni-dortmund.de>

000

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
<b>Kapitel 1</b>	<b>Begriffsbestimmungen ..... 2</b>
1.1	System ..... 2
1.2	Systemanalyse ..... 17
1.3	Systemanalyse in der Angewandten Informatik ..... 32
<b>Kapitel 2</b>	<b>Lineare Gleichgewichtsmodelle ..... 40</b>
2.1	Prozesskettenanalyse ..... 40
2.2	Input-Output-Modelle ..... 42
2.3	Pool-Modelle ..... 53
2.4	Lösungsstrategien für Gleichgewichte ..... 54
2.5	Wann ist ein Modell komplex? ..... 62
2.6	Verwertung empirischer Daten ..... 70
<b>Kapitel 3</b>	<b>Dynamische Systemmodelle ..... 95</b>
3.1	Ein einfaches dynamisches Systemmodell ..... 96
3.2	Stabiles Gleichgewicht I ..... 98
3.3	Stabile und instabile Bewegungen ..... 100
3.4	Fließ-Systemmodelle ..... 101
3.5	Ein nichtlineares dynamisches Systemmodell ..... 102
3.6	Stabilität eines linearen Systems ..... 104
3.7	Stabilität eines nichtlinearen dynamischen Systems ..... 108
3.8	Das Phasen-Portrait ..... 111
3.9	Ljapunoff-Funktionen ..... 115
3.10	Rückkopplung und Steuerbarkeit ..... 119
3.11	Räuber-Beute-System ..... 121
<b>Kapitel 4</b>	<b>Chaotik (deterministisch ) ..... 124</b>
4.1	Strukturelle Stabilität ..... 124
4.2	Grenzyklen ..... 127
4.3	Phasenräume ..... 128
4.4	Seltsame Attraktoren ..... 136
4.5	Bifurkation in zeitdiskreten Systemen ..... 139
4.6	System Dynamics ..... 183
<b>Kapitel 5</b>	<b>Optimierung ..... 192</b>
5.1	Voraussetzungen des Optimierens ..... 193
5.2	Einteilung der Aufgaben / Lösungsmethoden ..... 197
5.3	Verfahren für eine Variable ( $n=1$ ) ..... 250
5.4	Verfahren für mehrere Variable ( $n>1$ ) ..... 265
5.5	Evolutionäre Algorithmen ..... 302
5.6	Methodenvergleich ..... 391

Kap. 1 Begriffsbestimmungen  
 (nach: H. Seiffert, G. Radnitzki (Hrsg.):  
 Handlexikon zur Wissenschaftstheorie,  
 Ehrenwirth Verlag, München, 1989)

1.1 System griech. 'das Zusammengesetzte' (-geordnete)

A) Gegenständliche  $\leftrightarrow$  verus gedankliche Systeme B)  
 ↑ ↑  
 Teile der Wirklichkeit Aussagen / Erkenntnisse  
 Realität über die Wirklichkeit

also: doppelte Bedeutung

Modelle

Meuzius: Es gibt die Wirklichkeit, und an ihr ist nicht zu rütteln. Wahrheiten aber, nämlich in Worten (oder Formeln) ausgedrückte Meinungen über das Wirkliche, gibt es unzählige - und jede ist ebenso richtig wie sie falsch ist.

Bsp. für Systeme: Ordnung der gesamten Welt (Kosmos)  
 musikalischer Tonsystem  
 ein Staat, Unternehmen ...  
 ein Ökosystem  
ein Computer-System  
 Tieresystem (das)  
 (Ordnung der Tierarten nach Merkmalen)

a) Ganzheits - S.

b) Oberbegriffs - S.



'Das Ganze ist mehr als die Summe der Teile' populär

'Synergie' mehr wissenschaftlich

= kooperative Verstärkung von energetischen Einzelprozessen Selbstorganisation

Zu einem S. manifestiert sich eine makroskopische Ordnung, die sich nicht direkt aus den im System ablaufenden mikroskopischen Wechselwirkungen und Prozessen herleiten läßt

Der Systembegriff entspricht nicht-reduktionistischen Denkformen. (holistisch)

(damit verbunden: Akzeptanzschwierigkeiten innerhalb der westlichen Wissenschaft)

im 'Osten': hermetische Philosophie (Ägypten, lange vor Moses)

Taoismus (China, I Ging Buch des Wandels)

neu im 'Westen': Systemparadigma der dissipativen (zerstrebenden) Selbstorganisation

→ Prinzip makroskopische Unbestimmtheit (deterministisches Chaos)

aber auch: Ordnung aus dem Chaos

(positive Rückkopplung von stochastischen Ereignissen)

Leben entstand 'aus dem Chaos' (von selbst)

'westliche Wissenschaft' hatte ihren (späten) Ursprung  
in der griechischen Antike

Erforschung räumlicher Struktur und Rückführung  
auf eine letzte Ebene von Komponenten (Atomismus)

reduktionistische Sichtweise:

Leben ist Spezialfall der Chemie

damit verbundene Phänomene wie Geist, Gefühle  
werden ausgeklammert oder zu erfassen gesucht

auf der Ebene physikalisch messbarer Korrelate  
(Muster elektrischer Hirnwellen) Bewusstsein / Gehirn

Neuzeit bis 19. Jh. (Leibniz, Kant)

Systembegriff nur im Sinne rein abstrakter  
Denksysteme (in der Philosophie)

Erst im 20. Jh. erweitert auf

Soziologie

z.B. Luhmann

Ökonomie

z.B. Leontieff

[I/O

Psychologie

z.B. Piaget

↑ statische Systemsicht

(Anpassung an vorgegebene Struktur)

↓ dynamische (evolutionäre) Systemsicht

~ 1930/40

von Bertalanffy : offene biolog. Systeme

Lotka + Volterra : Ökosysteme

(selbsterneuernd, selbstregelnd)

Turing

: universeller Automat

zelluläre Automaten zur Simulation von 'Leben'

Artificial Life

nach dem 2. Weltkrieg <sup>drei</sup> zwei zunächst parallele Entwicklungen

(lokale Optima)

- allgemeine Systemtheorie (General System Theory)
- Kybernetik (Cybernetics)
- (- Operations Research (Unternehmensforschung) )

GST: Suche nach Gemeinsamkeiten physikal., biolog. und gesellschaftl. Systeme

- Bertalanffy, Biologe
- Boulding, Wirtschaftswiss.
- Rapoport, Soziologe

deskriptive Modelle

Kyb: Einbeziehung technischer Systeme (1946... 1953 Reihe interdisziplinärer Symposien)

Regelungs- und Steuerungsvorgänge in Maschinen und lebenden Systemen (Verarbeitg. v. Informat.)

- Norbert Wiener (Hermann Schmidt)
- John von Neumann *Die Rechenmaschine + das Gehirn*
- Ross Ashby *Design for a Brain*
- Computer: kybernet. Maschine

explikative Modelle

Betonung der negativen (ausgleichenden) Rückkopplung

→ *Regelungstechnik (vorwiegend lineare Systeme)*

[ OR: (lineare) Planungsrechnung, Optimalplanung

→ *mathemat. Optimierungstheorie (vorwiegend LP)*

Verbindung mit Leontieff's Input-Output-Methode (kybernet. black box) ]

normative Modelle

→ vervollständigte Systemtheorie

neg. + pos. Rückkopplungen

(besonders in lebenden, offenen Systemen;  
meist fernab vom Gleichgewicht)

Ilya Prigogine

Thermodyn. irreversibler Prozesse

Manfred Eigen

Hyperzyklus

dissipative, selbstorganisierende Systemdynamik

Hermann Haken

Lasertheorie, Synergetik

zuletzt auch von Mathematik (wieder-) entdeckt:  
nichtlineare Dynamik

(Thom + Zeeman)

(Katastrophentheorie)

Feigenbaum

Bifurkationen, Chaos

Mandelbrot

seltsame Attraktoren

Fraktale

Lorenz

einfaches Modell der Atmosphäre

(3 nichtlin. gekoppelte Dgl.)

'butterfly effect'

⇒ keine langfristigen  
Prognosen möglich

homologe (wesensverwandte) Dynamik selbstorganisierender

Systeme in Physik, Chemie, Biologie,

in soziobiolog., soziokultureller, psycholog.,  
... gedanklicher Natur

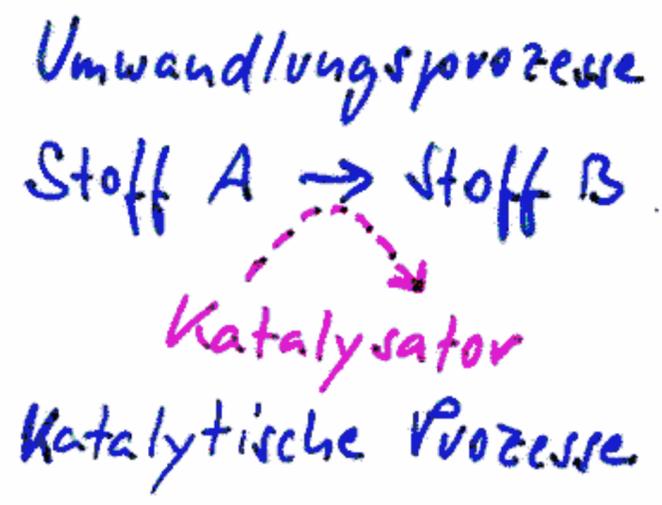
• ? einheitliches Gesamtphänomen der Evolution von  
Urknall bis menschl. Geist (z.B. Th. de Chardin)



zu Organisation (Logik)

Verknüpfungsmuster der im System ablaufenden Proz.  
(Darstellung durch ein Flieβschema)

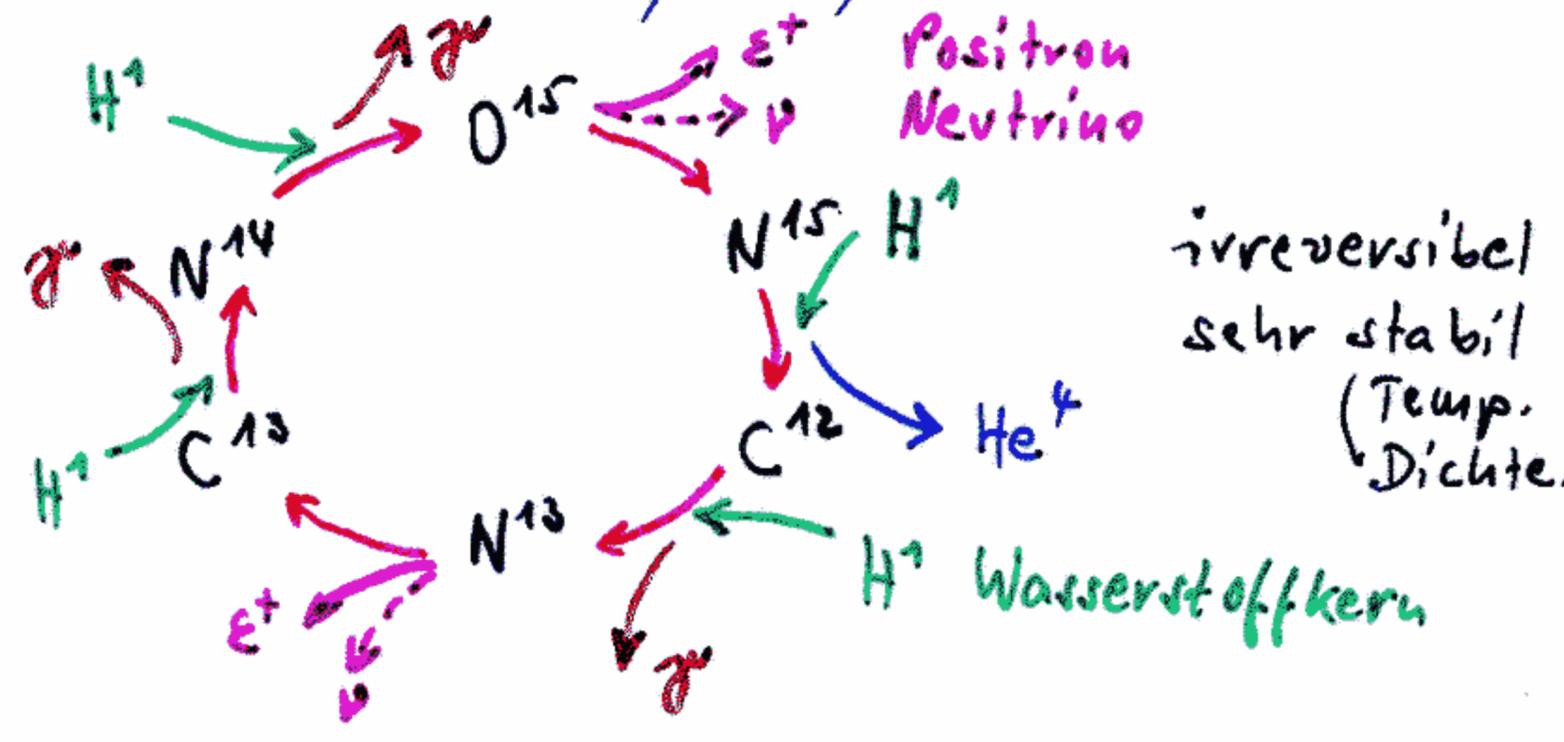
reversibel: Prozeβ umkehrbar  
(sonst irreversibel)



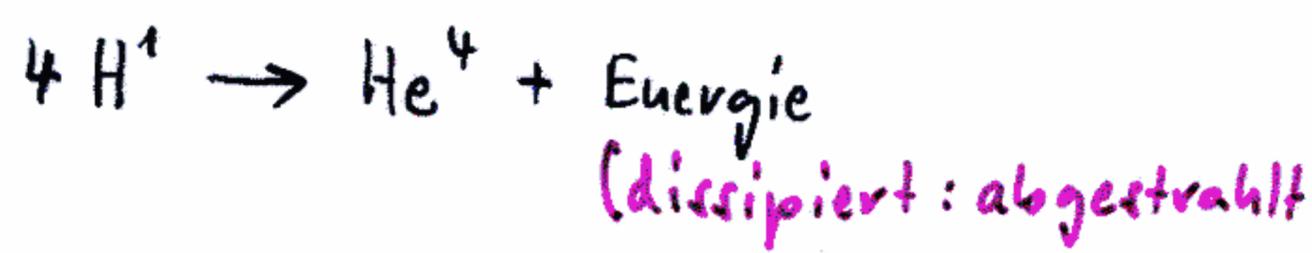
Bsp. Zerfallsprozesse

von besonderem Interesse  
Kreisprozesse (zyklische Proz.)

Bsp. Kohlenstoffzyklus (Fusion im Sterninneren)  
(Bethe-Weizsäcker <sup>C.F.</sup> - Zyklus)



makroskopisch:



von diesem Abfallprodukt leben wir!

und von weiterem: Sauerstoff

(Abfallprodukt der Flora;  
ermöglichte Fauna)





zu Struktur

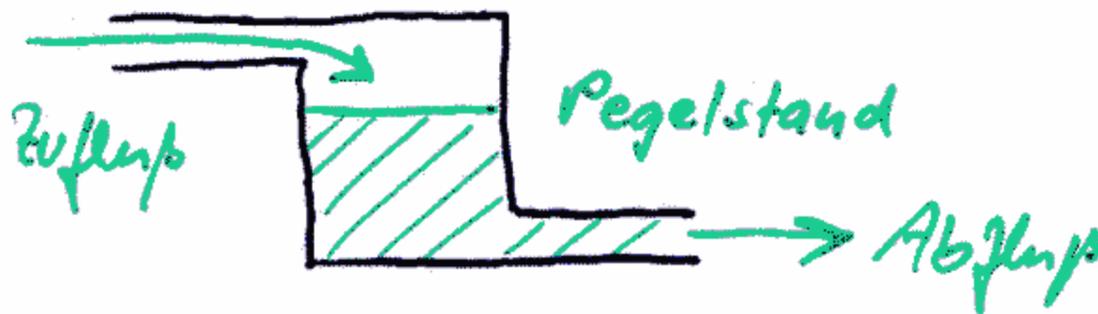
ursprüngl. : räumliche Anordnung

dyn. Syst. : raum-zeitliche Struktur

(erst in neuerer Zeit akzeptiert: Welt in permanentem Wandel begriffen [evolutionäre Weltansicht])

 $\pi\alpha\nu\tau\alpha$   $\rho\epsilon\lambda$  (alles fließt) sagten die alten Griechen;sie meinten aber: Fließgleichgewicht  
stationäres System

/ Kyb.



$$\int_{(t)} (Z(t) - A(t)) dt = 0$$

[ Einnahmen = Ausgaben

Angebot = Nachfrage ]

'Struktur' in raum-zeitlicher Sicht schließt Funktion

(d.h. Kinetik sowie Umweltbeziehungen u. Organisation) mit ein

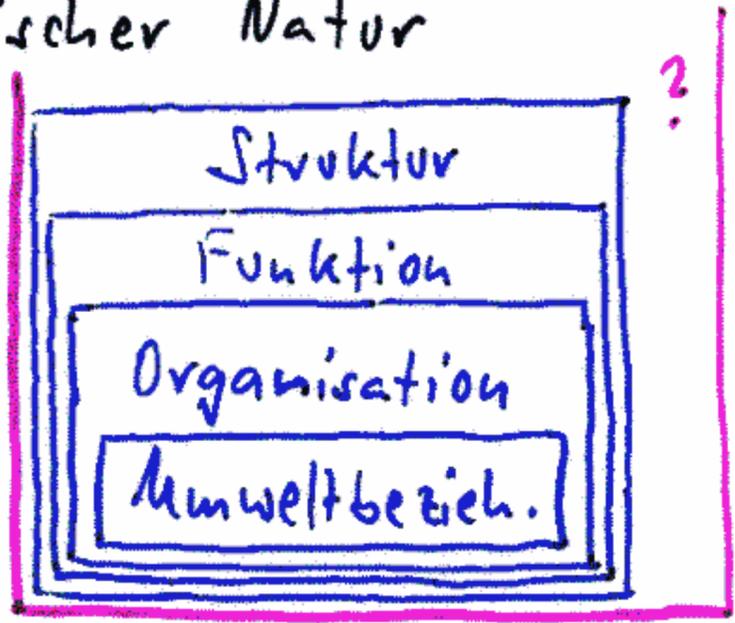
Führt zu Gleichgewichtsstruktur: dissipative Struktur,  
sich ständig erneuernd, evolvierend

neuer Begriff statt Stabilität : Resilienz

stabil: d.h. kehrt nach Störung in den gleichen  
Zustand zurückresilient: d.h. ist in der Lage, unter veränderten  
Bedingungen (ggf. neue) Struktur wieder  
aufzubauen

Ultra-Stabilität / GAIA-Hypothese

schon bemerkt (?) : bisherige Systemcharakterisierung ist hierarchischer Natur



natürlich  
menschlich

? nächster Außenrahmen

aus heutiger Sicht (unser Makroskop ist längst noch nicht gut genug!) : Gesamtsystem-Dynamik

- statisch
- stationär (stagnierend)
- fremdorganisiert
- selbstorganisierend

(z.B. Maschine mit vorgegeb. Programm)

konservative S.O.

dissipative

d.h. beruht auf statischen Austauschkräften (starke nukleare und elektromagn. Kräfte, Schwerkraft)  
 Atome, Moleküle, ... Planetensystem  
 (für unsere Lebensdauer: langfristig konstant)  
 [im Gleichgewicht]

d.h. ständige Umwandlung freier Energie in Entropie (Umwelt muß 'entsorgen': z.B. Wärmeabstrahlung der Erde ins Weltall)  
 es kann im Teilsystem höhere Ordnung (niedrigere Entropie) erreicht werden  
 Ordnung aus dem Chaos  
 (z.HS gilt für abgeschl. Syst.)

Kennzeichnender Systemaspekt

Gesamtsystem-  
Dynamik

Struktur

Funktion

Organisation

Umwelt-  
beziehungen

<Modellierung>

Beschreibungsebenen

strukturbewahrende Systeme

keine Dynamik:  
statisch

Gleichgewicht

keine oder  
Allopoiese

reversible Prozesse

abgeschlossen oder offen

<Naturgesetze  
als Gleichungen>

konservative  
Selbstorganisation

Fließgleichgewicht  
(keine Abw. ausgleichend)

Gleichgewicht  
anstrebend

irreversible Prozesse  
in Richtung Gleichgew.

abgeschlossen oder offen

<Extremalprinzipien>

evolviierende Systeme

dissipative S.O.  
(z.B. resilient)

dissipativ  
(fern vom Gleichgewicht)

Autopoiese  
(Selbstbezug)

zyklisch  
irreversible Drehrichtung

offen  
(ständiger Austausch\*  
mit Umgebung)

<\* ausgewogen  
?>  
Evolutions-  
prinzipien!

Zwei Grundklassen von Systemen

noch zu: 2 Klassen von Systemen

- strukturbewahrend
- evolvierend

Strukturbewahrende Systeme

konventionelle Systemtheorie (der 50er Jahre)  
ausgerichtet auf Gleichgewichtsprinzipien

- für mechanistische Systeme \*)<sup>1</sup>  
(strukturell unveränderliche S.)

- für bestimmte adaptive (anpassungsfähige) S. \*)<sup>2</sup>

1 Umweltbeziehungen gekennzeichnet durch

'Law of requisite variety' (Ashby)  
(erforderliche Vielfalt)

d.h. System muß über ebenso viele Handlungsmögl. verfügen, wie die Kontrolle der sich ändernden Umwelt es erfordert (z.B. flexible Maschinen)

(Bsp.: evolvierende S. werden auch mit Unerwarteten, noch nicht dagewesenen Situationen fertig)

2 Umweltbeziehungen gekennzeichnet durch

'Suchprozeß nach (Wiederherstellung des) Gleichgewichts'  
(Ashby's Variante von 'Evolution' // Ultrastabilität)

↑ beides mit heutigen Maschinen realisiert/realisierbar

(Robots, Knowbots)

(Bsp.: evolvierende S. sind permanent fernab vom Gleichgewicht)

## Evolvierende Systeme

sind dissipativ und selbstorganisierend;  
durchlaufen Abfolge von autopoietischen Strukturen

Systeminterne Verstärkung von exogenen Fluktuationen;  
dadurch Überschreiten von Instabilitätsschwellen

Mutationen (Innovationen): Abweichungen  
vom Durchschnittswert (Tradition) / Speicher: <sup>Gene</sup> / <sup>Bücher</sup>

[Gesetz der großen Zahl gilt nicht mehr;  
Minderheiten / Einzelindividuum wird wichtig]

Selektion (Kontrolle durch Umwelt):

Prüfung auf Umweltverträglichkeit und  
relative Effizienz

Opportunistisch!

Ausmerzungen des Unverträglichen

relative Bevorzugung des Effizienteren

! höhere Vermehrungsrate <sup>Meliorisierung</sup>

?] noch weitgehend unverständlich

Maier' Ideen - Selektionsprozess evtl. schädlich

am Ende Vorlesung Systemanalyse:

Σ der Einäugigen, 'Meißner' als ein Experte

(Grundlage demokratischer Systeme)

Schwierigkeit: neue Ideen im alten Jargon auszudrücken

# 1.2 Systemanalyse Systems Analysis

## A Was ist Systemanalyse?

- Untersuchung von Struktur und Funktion von Systemen (Objekte, bestehend aus Teilen, die zusammenwirken)
- Suche nach Prinzipien zur Sichtbarmachung der Struktur (analytische Anwendung) und zum Entwerfen, Gestalten und Lenken von Systemen (synthetische Anwendung)

## System-Design

Enger Zusammenhang

Absicht / Ziel

purposeful

Analyse - Planung - Design

zweckmäßiges System

(Lambert ~1785)

- unterscheidet:
- theoretische Systeme  
(Verbindung durch Kräfte des Verstandes;  
z.B. Wiss. Theorien, Erzählungen ...)
  - soziale Systeme  
(... Kräfte des Willens;  
z.B. Verträge, Gesellschaften, Staat)
  - physikal. - technische Systeme  
(... mechanische Kräfte;  
z.B. Sonnensysteme ... Maschinen,  
Systeme von Ursachen und Wirkungen)

Zusammengesetzte Formen: soziotechn. S.  
Mensch-Maschine-S.  
...  
z.B. Betriebssysteme

Mensch, Gruppe,  
Menschheit?

? Darf man gleiche Betrachtungsweisen / Methoden verwenden für Systeme aus Atomen, Molekülen, --  
Ziegelsteinen | Bakterien, Einzellern, Vielzellern ...  
... Menschen, Gruppen von Menschen

Gegenfrage: Warum sollte man es verbieten?

Letztlich zählt nur der Erfolg / Mißerfolg

Zumindest Teilerfolge gibt es in Sachen Systemanalyse in Bezug auf

- System der Handlungen eines einzelnen Menschen
- einer Gesellschaft
- eines ganzen Volkes

(Werbeagenturen, ... Parteien leben davon!)

Grundkategorie der modernen Soziologie zur Analyse der Wechselwirkungen aufeinander bezogenen (interdependenten) Handelns mehrerer Individuen, Gruppen oder Organisationen. Auch solch ein System besitzt ein gewisses Maß von Integration und Geschlossenheit im Verhältnis seiner Elemente zueinander (Struktur), eine es von anderen Systemen (seiner Umwelt) abhebende Grenze, eine gewisse Ordnung in den Beziehungen mit anderen Systemen, eine gewisse Kontinuität und Regelmäßigkeit in den Beziehungen zwischen den Elementen des Systems

Menschen verhalten sich (schon) teilweise wie Maschinen !!!

Lambert's Feststellungen (200 Jahre, 'vergessen')  
sind heute noch akzeptabel.

Man unterscheidet heute

- Systemanalyse i.e.S.
- Systemforschung
- System Design

Untersuchung

Erklärung

Entwurf

< neues S.  
Änderung

Σ Systemanalyse i.w.S.  
Systems Analysis

Wir dürfen heute technische Systeme nicht mehr entwerfen, ohne den Menschen in den Mittelpunkt zu stellen

→ interdisziplinäre Zusammenarbeit!

(Bsp. NASA Int'l Inst. of Applied Systems Analysis)

solche Zus. arbeit ist über die letzten Jahrhunderte der mono disziplinären, 'Eingrabung' in Einzelaspekte der Welt seltener / schwieriger geworden (Sprachproblem)

sie ist aber not-wendig. heute

Verlachen sie nicht die wohl gemeinten - wenn auch noch stümperhaften - Versuche der Weltmodelle  
(world modelling)

wie anders sollte man eine evtl. bevorstehende  
Klimakatastrophe erkennen / vermeiden?

## Pioniere der Systemanalyse

Lambert (Astronom, Physiker, Mathematiker) →

Bertalanffy (Biologe, 1949: Allg. Systemlehre)

Ziel: Überwindung mechanistischer Forschungstradition;  
biolog. + soziale Organismen als Ganzheit  
(zielsuchend, zweckhaftig)

Boulding (Ökonom, 1978: Ecodynamics)

Wirtschaft als System von Systemen

Deutsch (Politologe, ... → Globus Weltmodell)

lerntheoretische Konzepte + kybernet. Systemtheorie

Forrester (Technologe, [1. Systemanalytiker])

Industrial Dynamics

Urban Dynamics

World Dynamics

} System Dynamics

Differenzgleichungen

zum Studium des Verhaltens

beliebiger Systemmodelle

(in der Tradition der Kausalmodelle)

---

Institutionen, Organisationen

als neuere Begriffe von 'Teilsystemen'

(Soziologie,  
Politologie,  
Ökonomie)

Krauch unterscheidet 2 Varianten  
der Systemanalyse und des System Design

- instrumentelle S.A.
- maieutische S.A.

I. S.A. : beginnt mit Def. Aufgabenstellung <sup>[Fragestellung]</sup>  
dann folgt Ist-Analyse (Systemdiagnose)  
: Modellierung, Simulation  
Alternativentwürfe,  
Aufwand - Nutzen - Analyse  
: (Optimierung / Rationalisierung)  
: Festlegung eines Sollzustandes <sup>[Antwort]</sup>  
Umsetzung in die Tat

viele Mißerfolge ; reichhaltige Ursachen

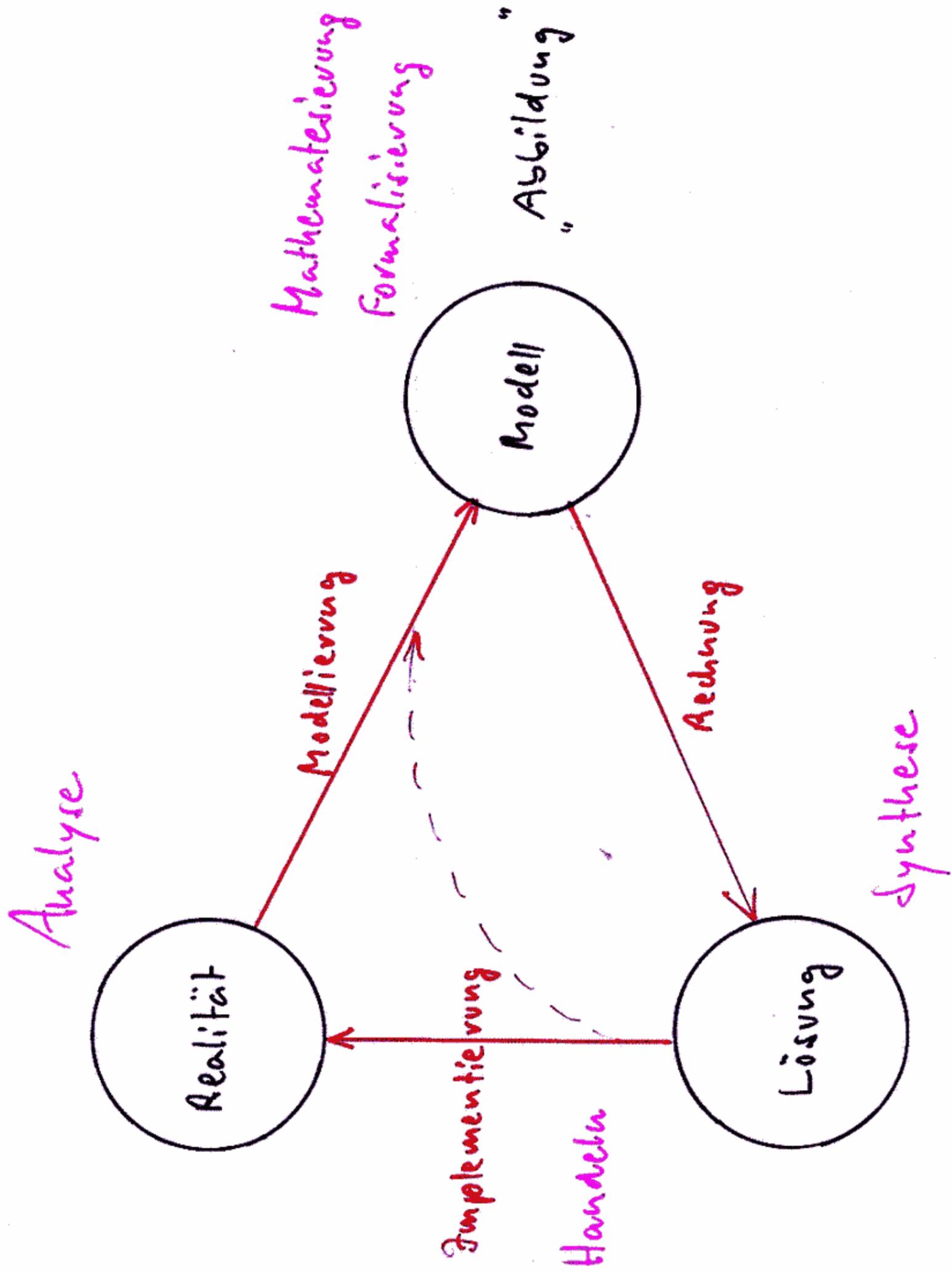
- unsharp Zielsetzung
- zu enge Systemgrenzen
- Nicht-Einbeziehung der Beteiligten / Betroffenen

M.S.A. (Jungk, Mundt) : geht zurück auf Sokrates'

Demokratieverständnis

Maieutiké Techné = Geburtshilfe

hier: Hilfestellung beim Erkennen des (in  
den beteiligten Menschen/Schülern) Verborgenen  
durch geschickte Fragestellung  
(nicht Belehrung)



Realsystem



Modell(e)

Abstraktion



Prognose

Simulation, Optimierung

bedingte



Maßnahme



verändertes Realsystem  
(neues)

Erfolg oder Mißerfolg (bzw. Teilerfolg)



verbessertes Modell

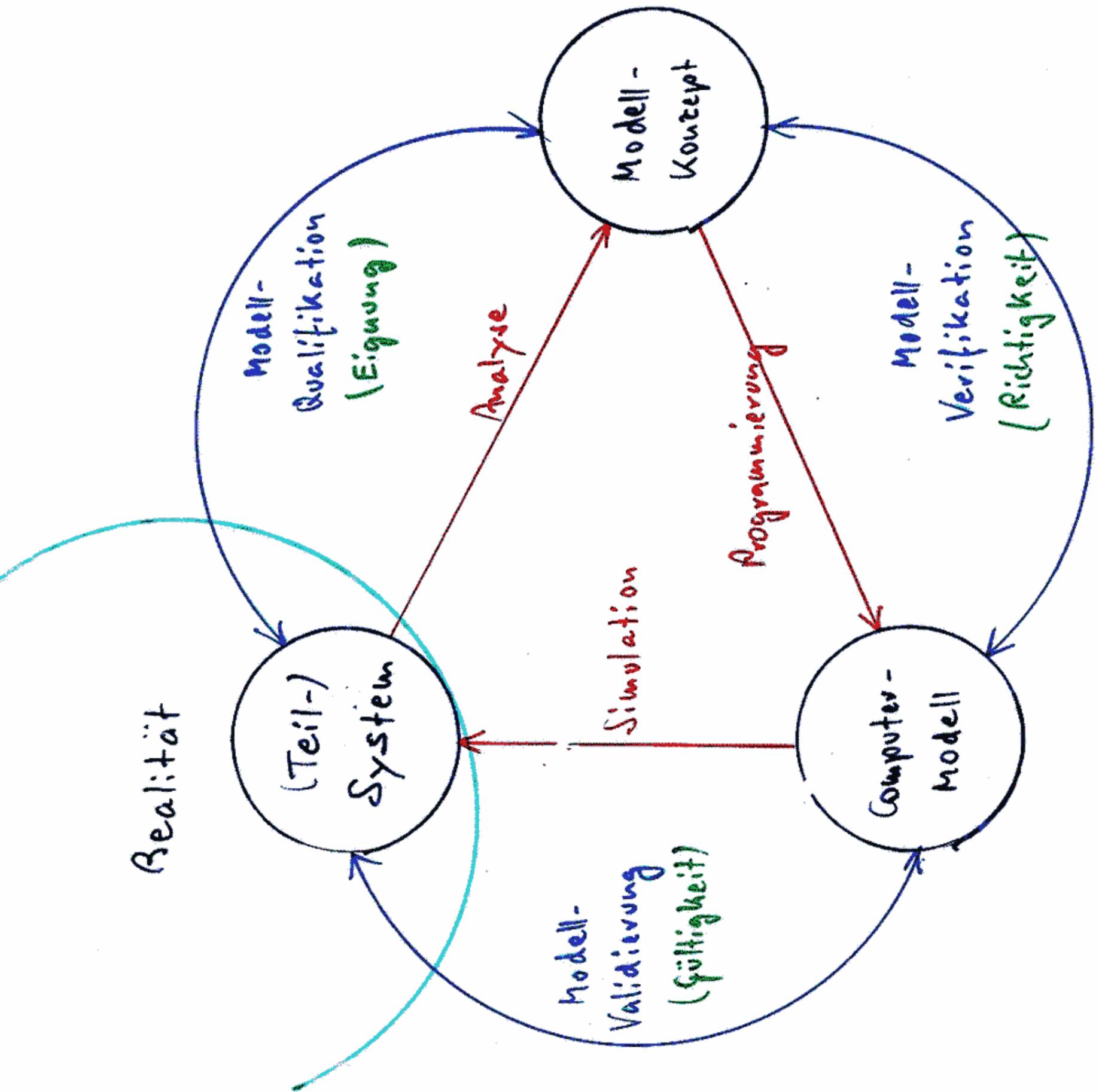


d.h. iteratives Vorgehen  
Lernen

jedes Modell ist zunächst nur eine  
Hypothese  
ein vorläufiges Bild eines Ausschnitts der  
Realität

# Phasen der Systemanalyse

ein Bild



# Formale Darstellung von (dynamischen) Systemen Systemmodellen

## Modellierung

bisher: Beschränkung auf das, was mit einfachen Mitteln möglich ist/war

- algebraische Gleichungen / Gleichungssysteme  
für statische stationäre Systeme
- Differentialgleichungen / Differenzgleichungen  
für dynamische Systeme
- (Extremal-) Prinzipien ↗ notwend. Bed. ↗
- (Extremum-) Suchalgorithmen

Modelle sind Bilder der Realität  
nicht Abbildungen " " !

von ein und dem selben System sind mehrere Modelle möglich  
notwendig

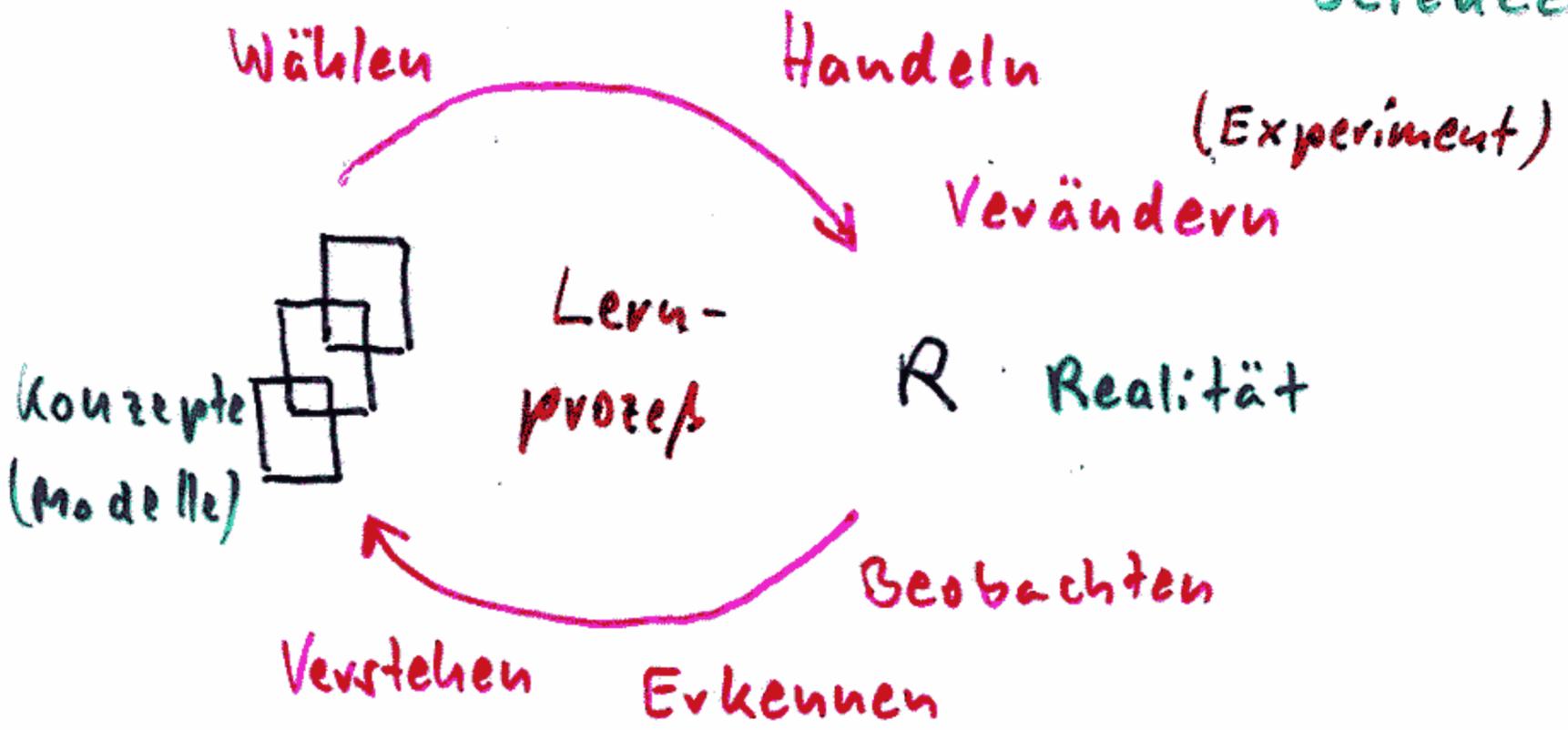
(d.h. verschiedene Sichtweisen) Paul Valéry: 2 Gefahren

- |                |         |               |
|----------------|---------|---------------|
| - deskriptive  |         | beschreibend  |
| - explikative* | Modelle | erklärend     |
| - normative    |         | zielgerichtet |

\* Ursache-Wirkungs- bzw. Kausal-Modelle

# Allgemeine Systemforschung

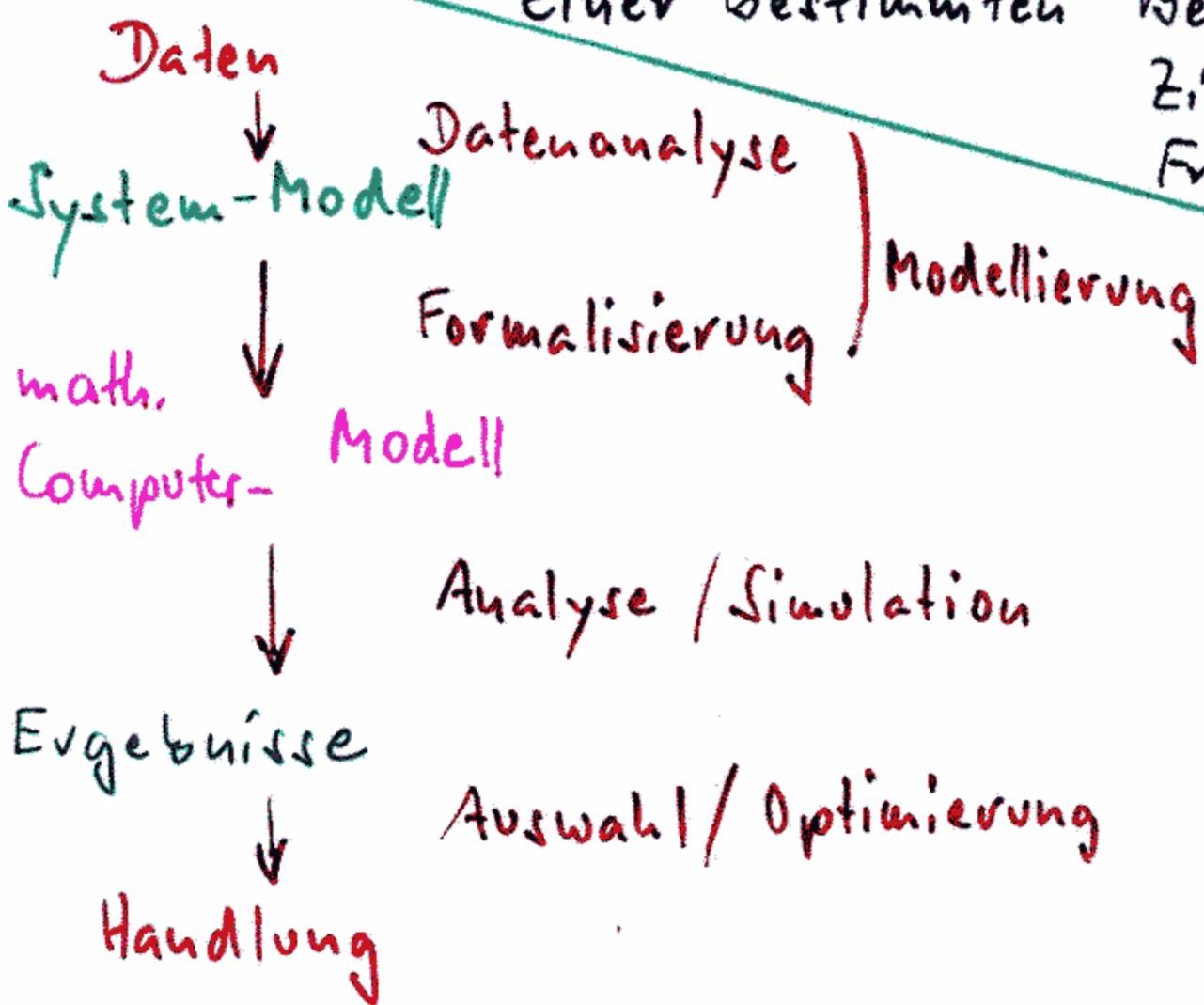
General Systems Science



Learning by doing

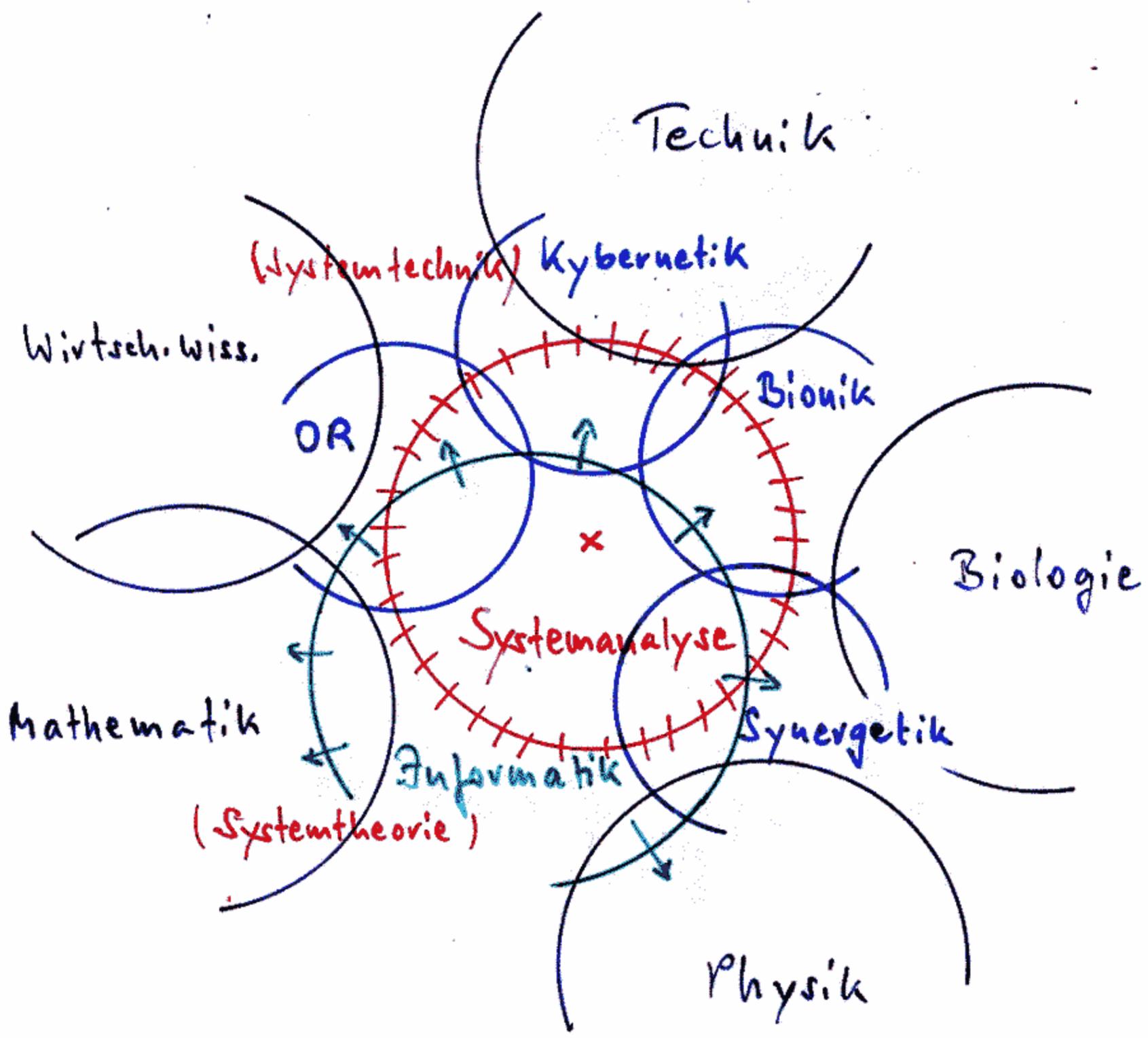
'System' nicht Teil der Realität sondern

gedanklicher Ausschnitt im Rahmen einer bestimmten Betrachtungsweise  
 Zielsetzung  
 Fragestellung

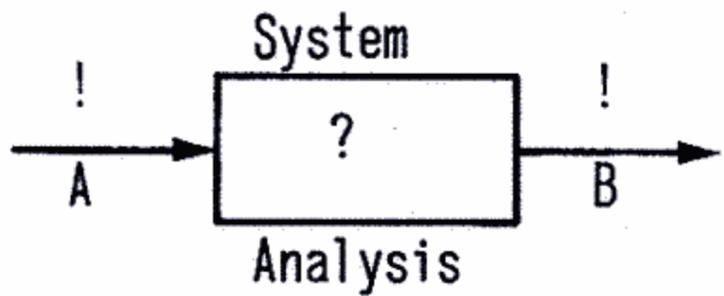


Einbettung der S.A. in benachbarte Disziplinen

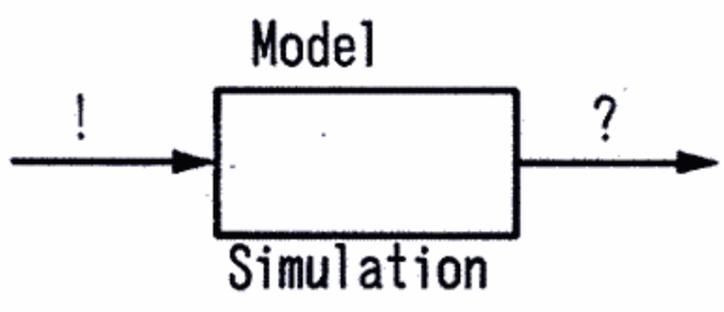
Generalisten versus Spezialisten



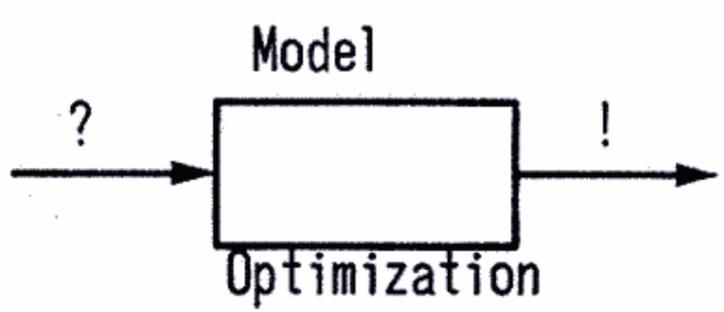
Wissenschaft : sich selbst organisierendes System, unterliegt auch der "Moden"bildung



How  
does B depend on A



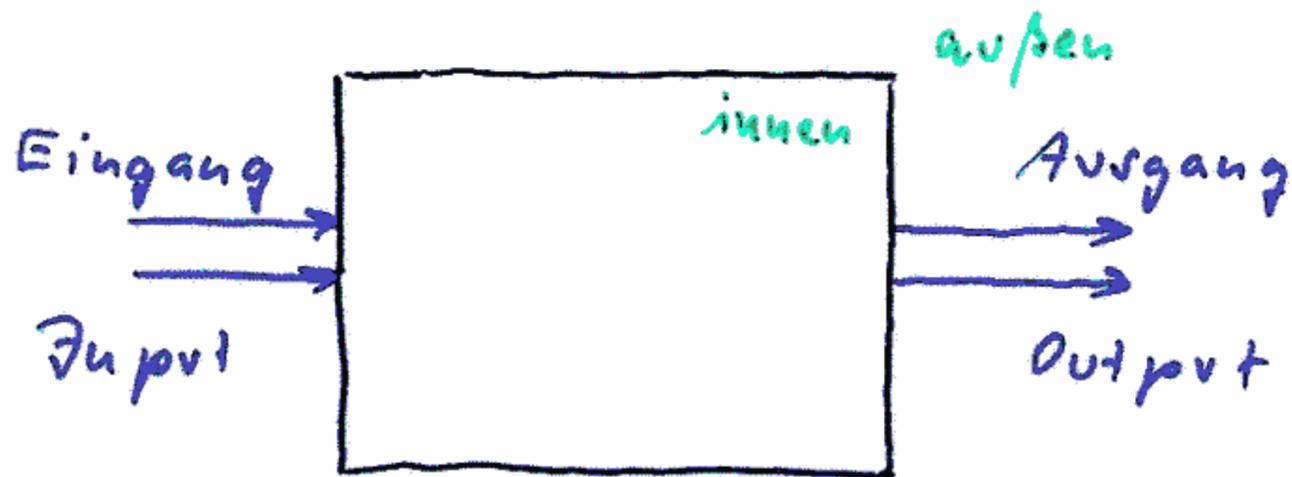
What happens  
if ...



What should be done  
to achieve ...

KFA	3 Ways of Asking	STE
-----	------------------	-----

Eine kybernetische Methode  
 black box / schwarzer Kasten



wichtigste Entscheidung bei der Systemanalyse:  
 Systemgrenze

Umweltprobleme von heute:

weil Umwelt bisher vielfach außen vor  
 gelassen wurde bei der Betrachtung /  
 bei der Erarbeitung von Lösungen und  
 Entwürfen

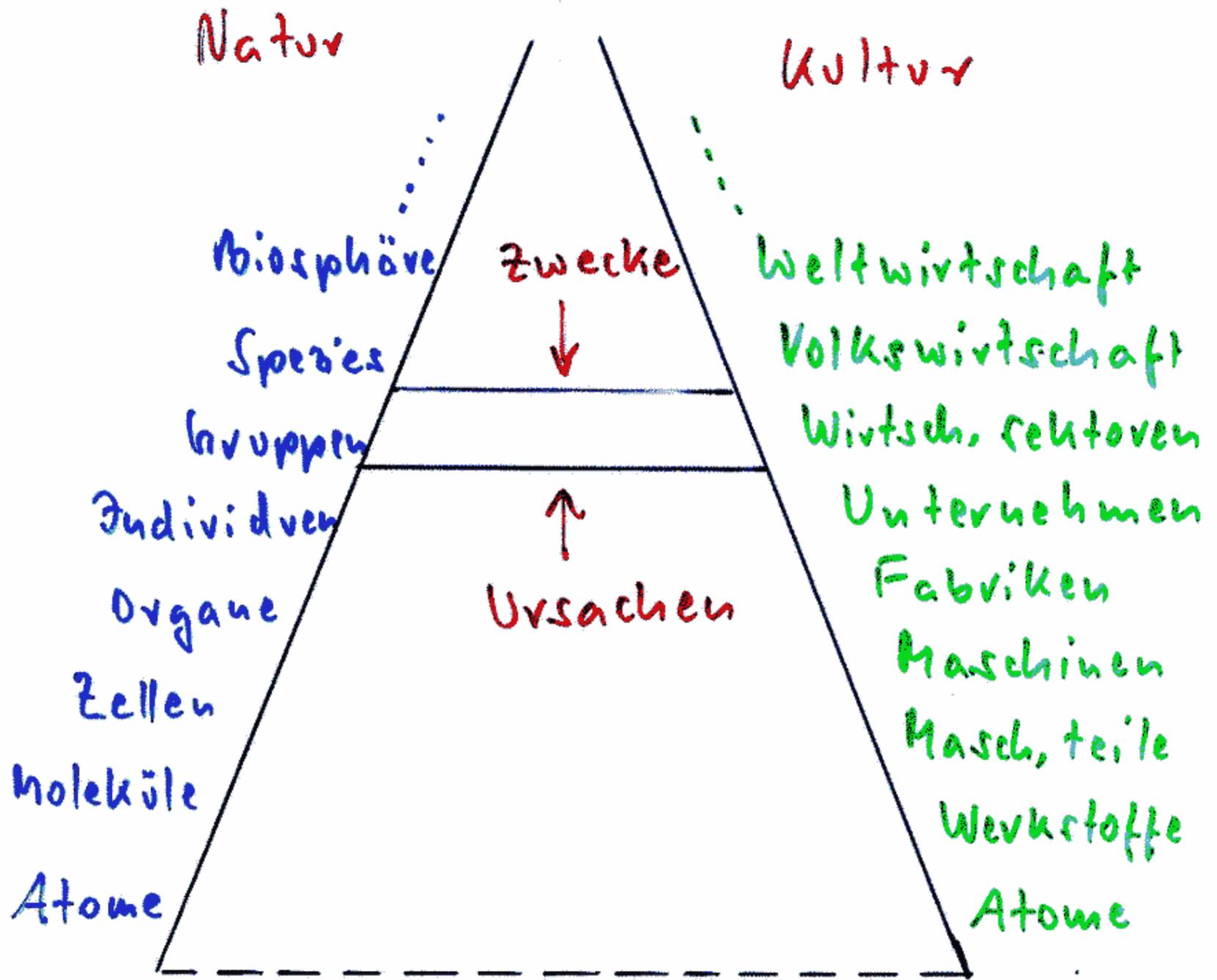
Aufschlüsselung des Innenlebens im Kasten:

Teilsysteme, Beziehungen dazwischen  
 (mikroskop. Betrachtungsweise)

Systembrille : Makroskop

Analysebrille : Mikroskop

Systemhierarchie



Naturgesetze : Zusammenhänge  
Verhalten

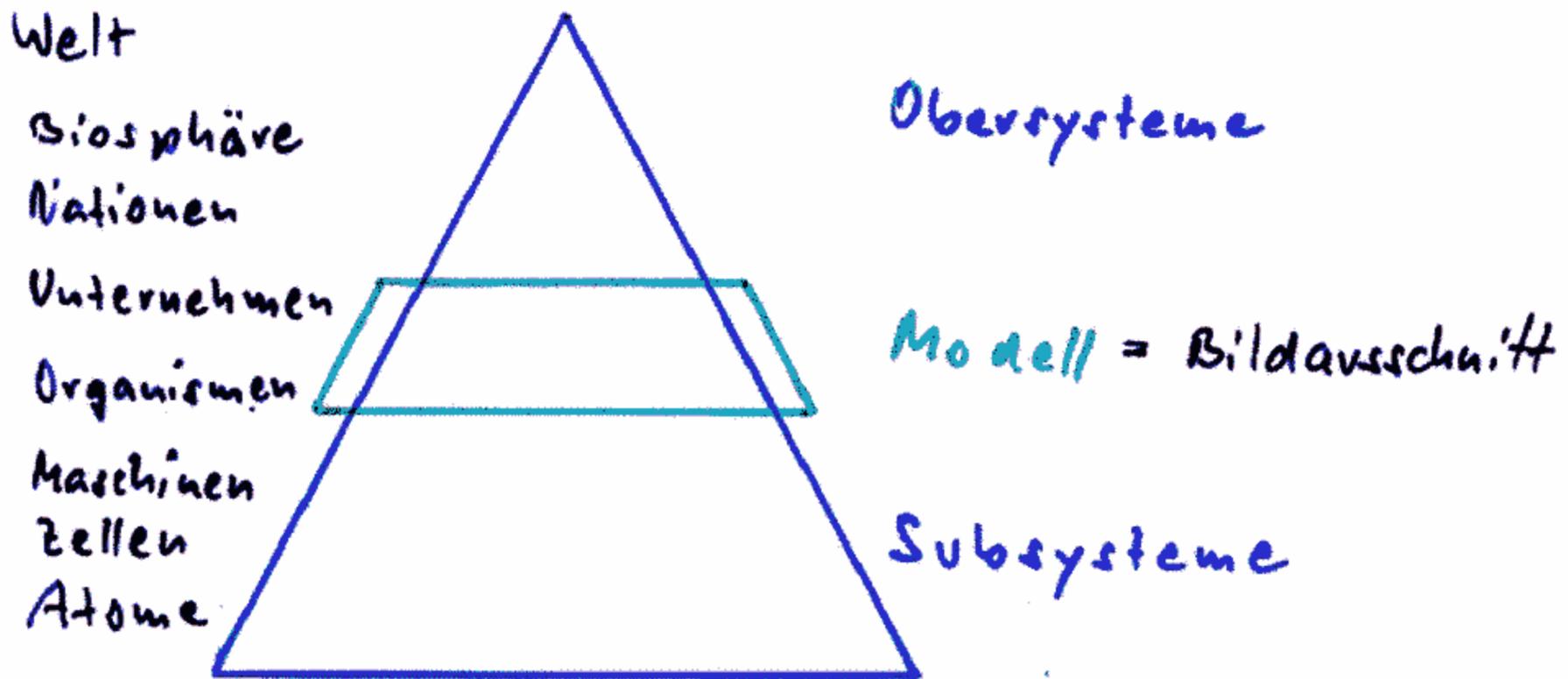
Modelle (ment.)  
(mathem.)  
↓

Prognosen

unberechenbar ?  
berechenbar ?

Quantenmechanik:

Ungewisheit / Unsicherheit bereits auf unterster Ebene



Abschneiden nach oben:

Ziele exogen vorgeben

(Wechsel erzeugt „Systemkatastrophen“)

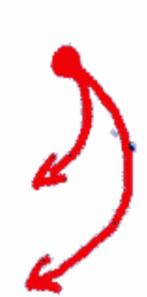
Abschneiden nach unten:

(stochastische) Störungen zu erwarten

oben: wenige große Elemente  
langsame Prozesse

unten: viele kleine Elemente  
schnelle Prozesse

(neue) Projekte durchlaufen Phasen :  
Disziplinen

- Begeisterung
  - Ernüchterung
  - [ - Konsolidierung ]
  - Exitus
- 
 Gegenwart  
 ? Zukunft

Systemanalyse i. d. Angewandten Informatik  
Mathematik

Angewandt	-	Rein
Unrein	-	Abgewandt

Angew. Math. befaßt s. mit  
 Anwendung der M. auf außermathem. Gebiete  
 (Atricksvorles. Nickel, Freiburg, Ld Angew. Math.)

- logischer Beweis, daß A.M. keine M. ist
- Nützlichkeit der A.M.

Anwendungsbereich  
(z.B. Technik)

Problem

Experiment ↓

Lösung

iterativ / explorativ  
Versuch + Irrtum  
trial + error

Mathematikbereich

mathemat.  
Problem

↓ Theorie

mathemat.  
Lösung

deduktiv / analytisch  
Prognose + Handlung  
(sempfhlung)



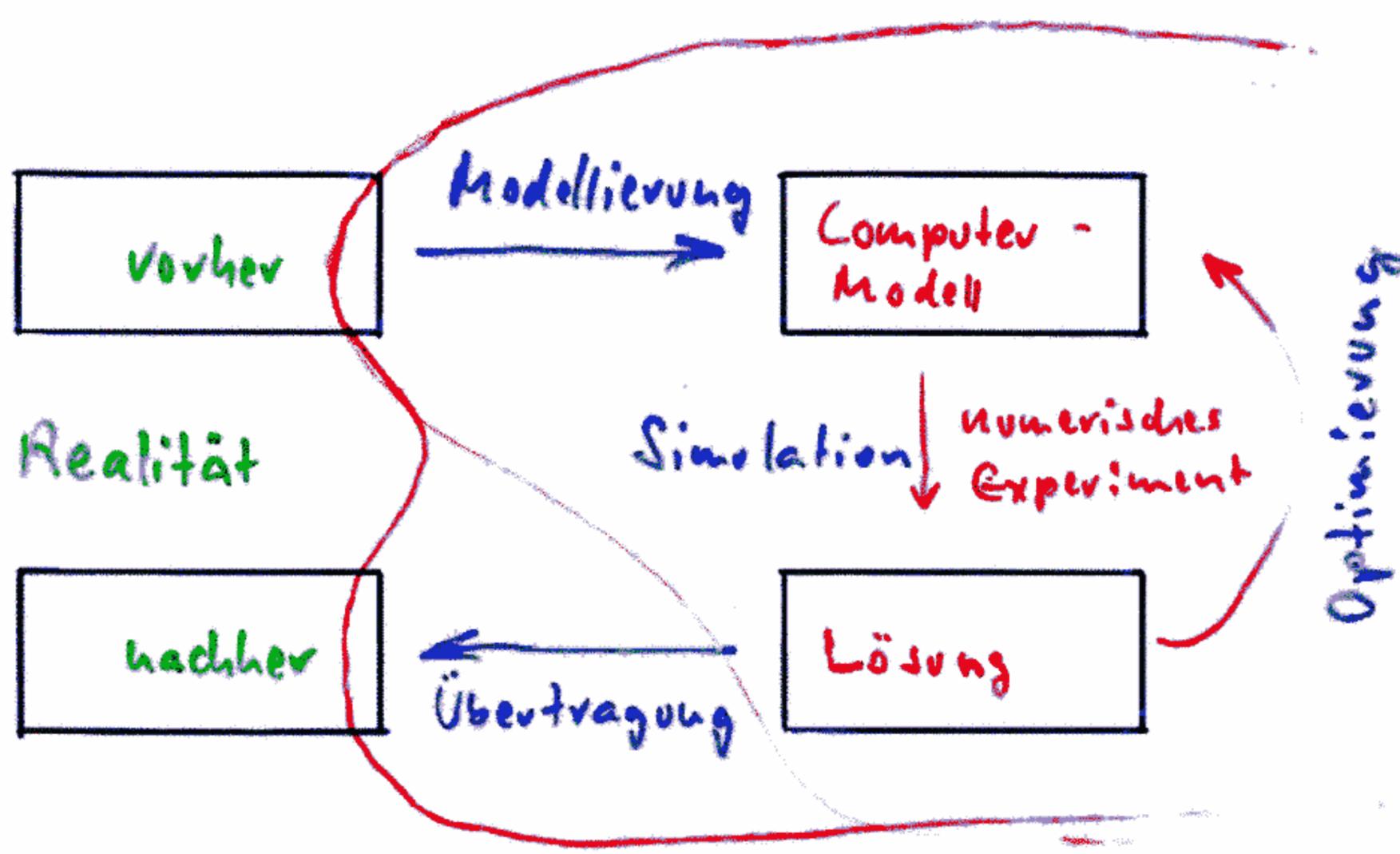
Berechnung

Die Angew. Math. umfasst den Zwischenbereich zw. Anwendung und Mathematik, sie reicht so weit, wie der jeweilige Anwendungsbereich mathematisierbar ist.

$$F(x) \stackrel{!}{=} 0$$

$$F(x) \stackrel{!}{\rightarrow} \text{Extv.}$$

mathemat. Programmierung



Angewandte Informatik  
(Systemanalyse)  
Rechner als Hilfsmittel

Anwendung der Informatik auf  
außer-informatische Bereiche !

- 1. Die M. basiert auf logisch sauberen Schlüssen; ihre Methoden u. Ergebnisse sind exakt
- 2. Die A.M. befasst s. mit Phänomenen der Natur:

mathemat.  
Problem

Problem

↓ Theorie

Experiment ↓

mathemat.  
Lösung

Lösung

deduktiv / analytisch  
Prognose + Handlung  
(sempfoblung)

iterativ / explorativ  
Versuch + Irrtum  
trial + error

'CERES' - Beispiel zeigt wichtige Stufen der S.A.

- Sammeln von Daten (ungenau, unvollständig)
- Verwenden eines Modells (Kepler: deskriptiv)  
(Theorie, Hypothese) (Newton: explikativ)
- Schätzen freier Parameter des Modells  
z.B. wiederholte Simulation  
numerische Optimierung  
(jedenfalls in schwierigeren Fällen)
- Prognose mittels 'Fortanschreibung' auf Modellbasis

Naturwiss.: in zwischen vieles berechenbar  
vorhersagbar

Ein - Teilchen - Systeme	gut verstanden
Zwei " "	"
Drei " "	schwieriger

z.B. 3-Körper - Problem  
'chaotisches' Verhalten mögl.

Sehr-viel-Teilchen-Systeme?

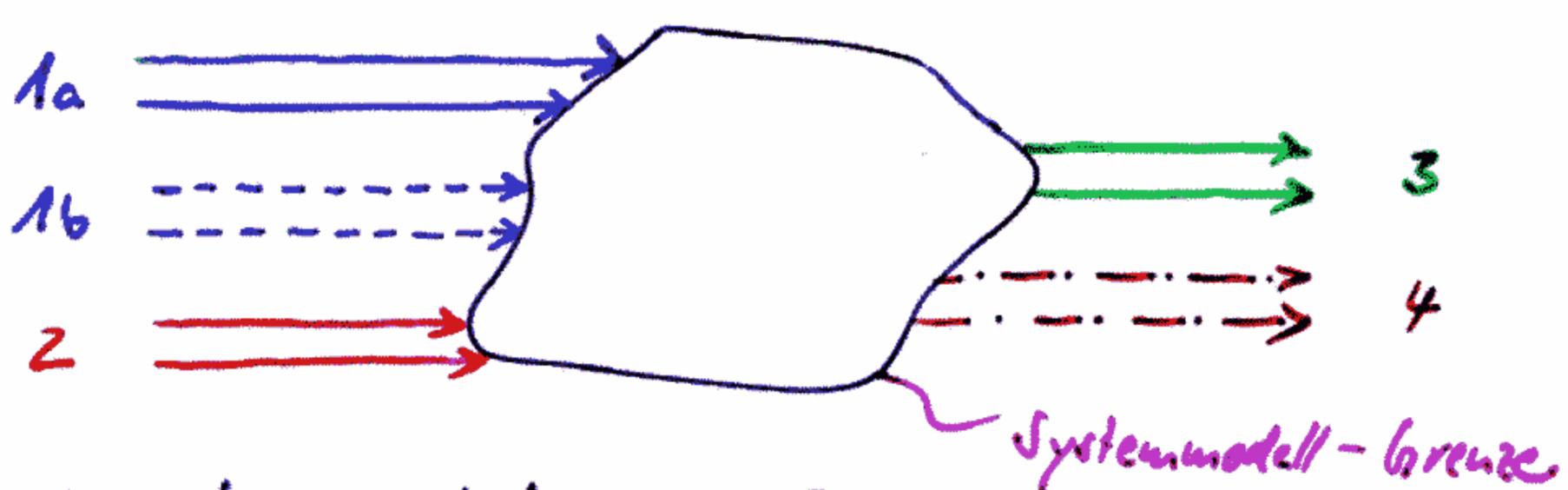
Beobachtungsproblem, Meßproblem  
statistische / stochastische Ansätze

Makro-Modelle, z.B. Thermodynamik

Betrachtung von Gleichgew. / adiabate  
Zust.änderungen

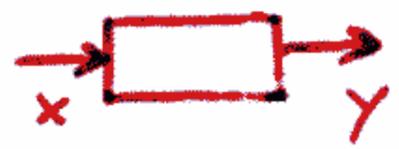
Nichtgleichgew. Th.: 'seltsame Phänomene'

# vollständigeres black box - Systemmodell

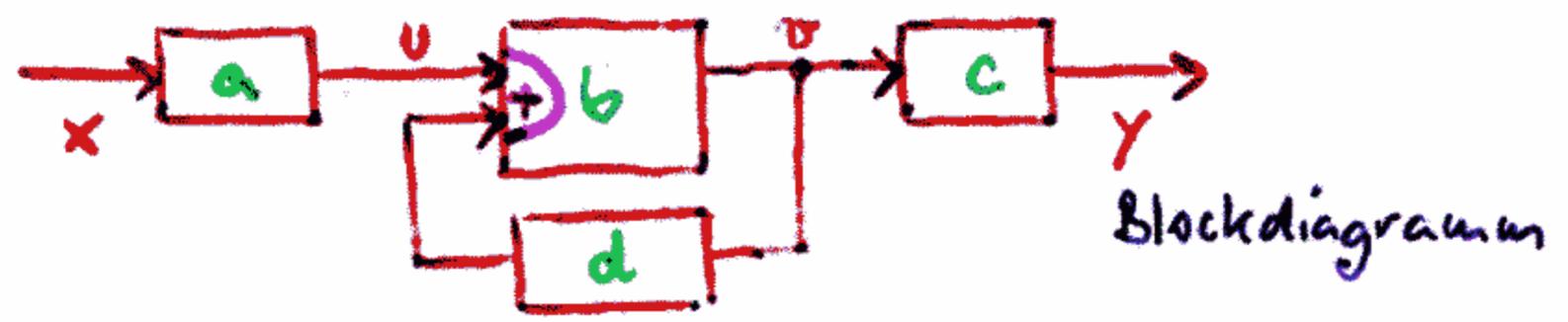


- 1 nicht beeinflussbare Inputs
  - 1a gerichtet
  - 1b ungerichtet (Störungen)
- 2 beeinflussbare Inputs
- 3 erwünschte Outputs  
(evtl. nur in bestimmter Relation zueinander; Koppelproduktion)
- 4 unerwünschte Outputs

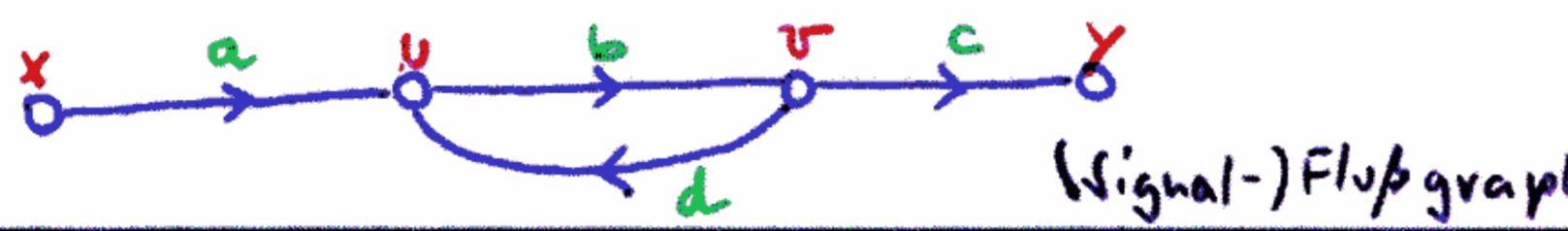
einfachster Fall : 1 Input, 1 Output



Zusammengesetzt :

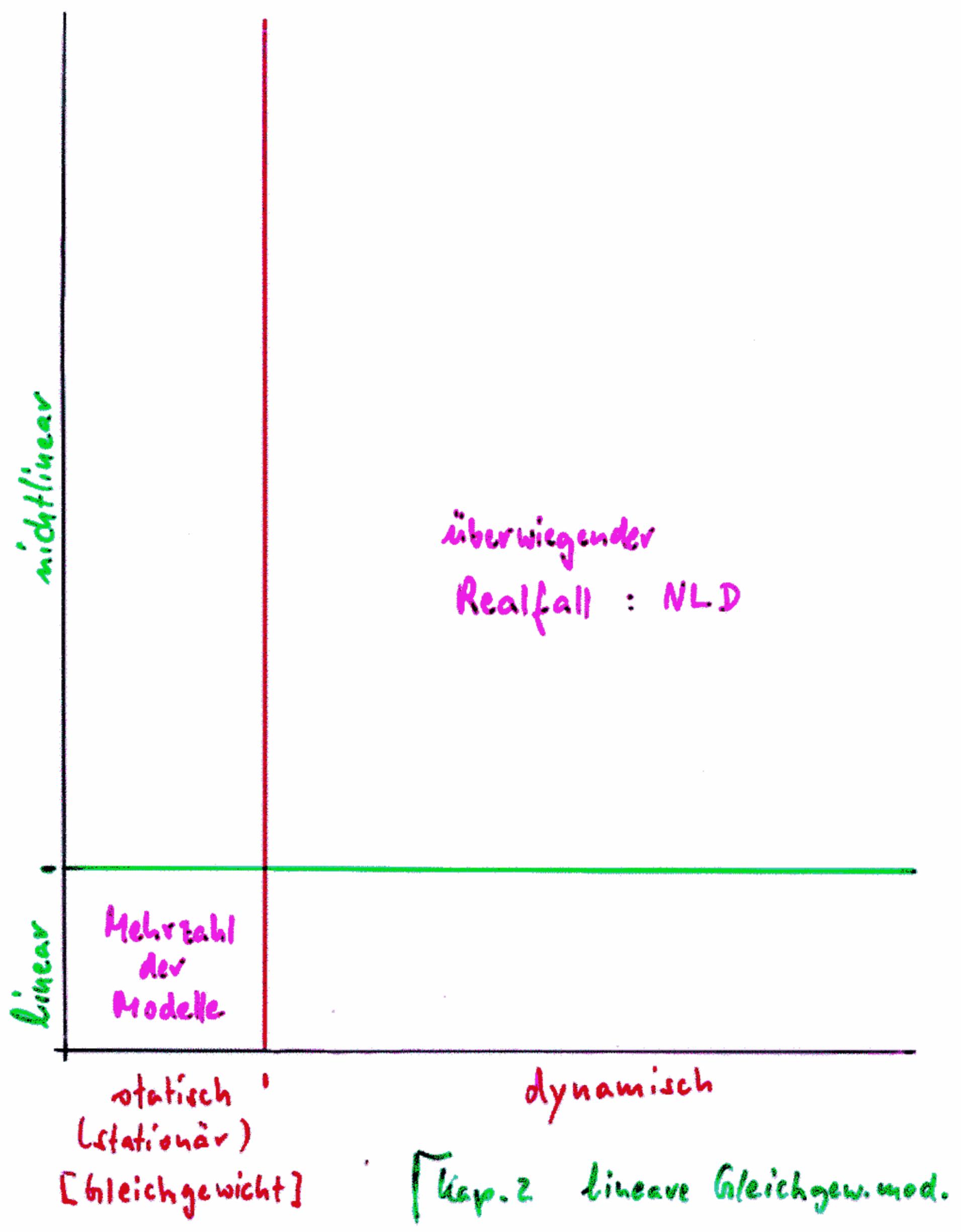


Blockdiagramm



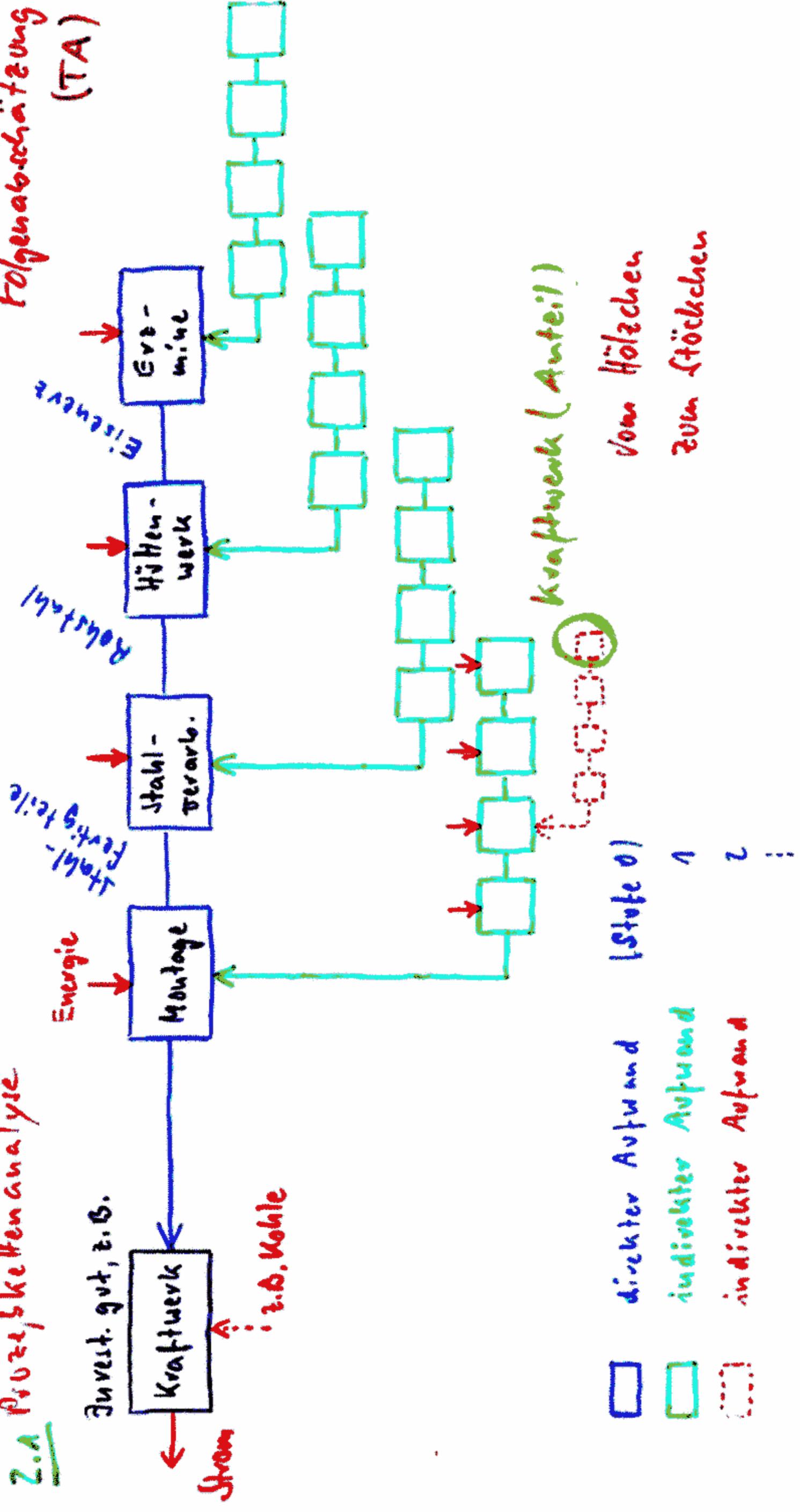
(Signal-)Flußgraph

# Einteilung System-Modelle



Z.A Prozesskettenanalyse

Folgenabschätzung (TA)



Lineares statisches Systemmodell

Um eine Einheit  $x_1$  (Output) zu produzieren  
wird benötigt:

$$a_{21} x_2$$

$$a_{31} x_3$$

$$\vdots$$

$$a_{n1} x_n$$

[  $a_{11} x_1$  Eigenverbrauch ]

$a_{ij}$  von  $i$   
an  $j$

Bedarf an  $x_1$ -Einheiten sei  $b_1$  (Endverbrauch,  
netto)

? benötigte Bruttoproduktion

dazu muß man offensichtlich alle anderen Produkte  
( $x_2 \dots x_n$ ) und alle anderen Endverbräuche  
( $b_2 \dots b_n$ ) auch berücksichtigen!

Bsp.

$n=2$

$$x_1 = b_1 + a_{11} x_1 + a_{12} x_2$$

$$x_2 = b_2 + a_{21} x_1 + a_{22} x_2$$

Vorleistungen

Fließgleichgewichtsmodell

alle Größen  $x_i, b_i$  bezogen auf einen Zeitraum

Volkswirtschaft: typisch 1 Jahr

Unternehmen: Quartal, Monat, Woche, Tag, ...

Zusatzproblem Lagerhaltung

## 2.2 Input-Output Modelle / Analyse

Interindustrielle Verflechtung (W. Leontief)

Input-Output - Tabelle der Volkswirtschaft (I/O)

Lieferungen von: (i) an: (j)		Sektor 1	Sektor 2	Sektor 3	Sektor n	Σ Vorleistungen	Endnachfrage	Gesamtprod.
		Sektor 1						$b_1$
Sektor 2							$b_2$	$x_2$
Sektor 3							$b_3$	$x_3$
Sektor n							$b_n$	$x_n$
Σ sekund. I.						ΣV	.	ΣΣ
primäre Inputs	$c_1$	$c_2$	$c_3$			.		
Gesamtprod.	$x_1$	$x_2$	$x_3$		$x_n$	ΣΣ		

$z_{ij} = a_{ij} x_j = \bar{a}_{ij} x_i$   
 $A = \{a_{ij}\}$   
 I/O - Koeffizienten

$x_i = b_i + \sum_{(j)} a_{ij} x_j$

Bruttowertschöpfung = BSW + Exporte

$$x_j = c_j + \sum_{(i)} \bar{a}_{ij} x_i$$

alle Angaben in monetären Einheiten (DM/a) für ein bestimmtes Jahr

→ ~~statistisches~~ <sup>ökonomisches</sup> Modell "Einnahmen = Ausgaben"  
 $\frac{\text{Einnahmen}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Ausgaben}}{\text{Zeit}}$

DIW: Tabellen für  $n = 14, 34, 56, 60$

für ausgewählte Jahre, z.B. 1972, 1976, 1980

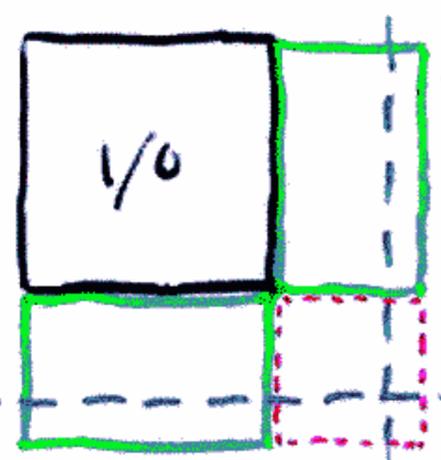
# Endnachfrage

- privater Verbrauch
- öffentlicher Verbrauch
- Anvestitionen (Bau-, Ausrüstungs-)
- Vorratsveränderungen
- Export

# primäre Inputs

- Import
- Steuern (Umsatz-, Produktions-)
- Subventionen
- Abschreibungen
- Löhne = Eink. aus unself. Arbeit
- Einkommen aus Unternehmertätigkeit + Vermögen

versteckte Dynamik



Verwendung

- interindustrielle Verflechtung
- volkswirtsch. Gesamtrechnung
- social accounting matrix SAM

Aufkommen

priv. Haush.

$$z_{ij} = \overset{\text{Wert}}{Y_{ij}} = \overset{\text{Menge}}{Y_{ij}} \overset{\text{Preis}}{P_{ij}} = Y_{ij} P_i$$

d.h. Preis unabh. von Käufer

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= \hat{a}_{ij} x_j = \hat{a}_{ij} \left( \sum_{(i)} Y_{ij} + c_j \right) && \text{prim. Input} \\ &= \hat{\bar{a}}_{ij} x_i = \hat{\bar{a}}_{ij} \left( \sum_{(j)} Y_{ij} + b_i \right) && \text{Endnachfr.} \end{aligned}$$

*(Spalten  $\Sigma$       Zeilen  $\Sigma$ )*

$\hat{a}_{ij}$  Input - Koeffizienten

$\hat{\bar{a}}_{ij}$  Output - Koeffizienten

jede Zeile/Spalte: ein Entscheidungsträger (Wirtschaftssubjekt!)  
 Zeile  $\hat{=}$  Einnahmen des ET (WS)  
 Spalte  $\hat{=}$  Ausgaben

häufige Annahme:  $\hat{a}_{ij}$  bzw.  $\hat{\bar{a}}_{ij}$  sind Ergebnis eines Optimierungsprozesses

- Kostenminimierung
- Nutzenmaximierung

I/O - Rechnung (lineares Gleichungssystem)

$$\underline{A} \underline{x} + \underline{b} = \underline{x} = \underline{I} \underline{x}$$

↑  
Endnachfragevektor

$$\underline{x} = \underbrace{(\underline{I} - \underline{A})^{-1}}_{\text{Leontief-Matrix}} \underline{b}$$

$$(\underline{I} - \underline{A})^{-1} = \underline{I} + \underline{A} + \underline{A}^2 + \underline{A}^3 + \dots$$

$$\underline{x} = \underline{b} + \underline{A} \underline{b} + \underline{A}^2 \underline{b} + \dots$$

-----  
 direkte Nachfrage      indirekte Nachfrage

(vgl. Prozesskettenanalyse)

A: interindustrielle Vorleistungs-Verflechtungsmatrix

I: Einheitsmatrix

Matrixinversion kostet  $O(n^3)$  Rechenoperationen

? geht es auch billiger

! ja, wenn man es geschickt macht

SAM für BRD 1972 (in Mrd DM<sub>72</sub>/a)

	E	M	H	R	A	K	Z	Σ
Energie	23	37	25	3	5	0	0	93
Material	17	579	382	108	166	0	153	1405
Haushalte	13	342	0	81	0	157	0	593
Regierung	15	71	86	0	21	11	0	204
Ausland	14	102	44	6	0	14	26	206
Kap. verb.	7	164	0	0	11	0	0	182
Investit.	11	168	0	0	0	0	0	179
Zinsen	0	0	-15	10	5	0	0	0
Spar/kredit	-7	-58	71	-4	-2	0	0	0
Σ	93	1405	593	204	206	182	179	2862

Kap. stock	180	1620	—	—	—	—	—	—
Abschr.	6	76	—	—	—	—	—	—
Rücklagen	—	—	234	-156	-78	—	—	—

Kurzform

	E	M	R	A	Sowt	H	Σ
E	23	37	3	5	0	25	93
M	17	579	108	166	153	382	1405
R	15	71	0	21	11	86	204
A	14	102	6	0	40	44	206
Sowt	11	274	6	14	0	56	361
H	13	342	81	0	157	0	593
Σ	93	1405	204	206	361	593	2862

	E	M	R	A	S	$(b_i)$	$(x_i)$
E	23.00000	37.00000	3.00000	5.00000	0.00000	4	
M	17.00000	579.00000	108.00000	166.00000	153.00000	25	93.00000
R	15.00000	71.00000	0.00000	21.00000	11.00000	382	1405.00000
A	14.00000	102.00000	6.00000	0.00000	40.00000	86	204.00000
S	11.00000	274.00000	6.00000	14.00000	0.00000	44	206.00000
$\Sigma$	13	342	81	0	157	56	361.00000
$(x_i)$	93	1405	204	206	361	593	2863

93.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	1405.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	204.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	206.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	361.00000

X als Diagonalmatrix (X)

$(a_{ij})$  mittels Z/X

.24731	.02633	.01471	.02427	0.00000
.18280	.41210	.52941	.80583	.42382
.16129	.05053	0.00000	.10194	.03047
.15054	.07260	.02941	0.00000	.11080
.11828	.19502	.02941	.06796	0.00000

Matrix der Inputkoeff. (A)

10/93 (nicht 10/361)

.75269	-.02633	-.01471	-.02427	0.00000
-.18280	.58790	-.52941	-.80583	-.42382
-.16129	-.05053	1.00000	-.10194	-.03047
-.15054	-.07260	-.02941	1.00000	-.11080
-.11828	-.19502	-.02941	-.06796	1.00000

I - A  
Einheitsmatrix

$(I-A)^{-1}$

b

1.40932	.10775	.08356	.13384	.06304	25.00000
1.72365	2.70855	1.57565	2.48507	1.47131	382.00000
.37253	.20019	1.12461	.29532	.15184	86.00000
.40825	.28146	.20036	1.27526	.26670	44.00000
.54154	.56598	.36386	.59582	1.31698	56.00000

Leontief-Matrix

$(I-A)^{-1} b = x$   
 $(I-A)^{-1} b' = x'$

25-10  
382+10

b'

15.00000
392.00000
86.00000
44.00000
56.00000

x'

79.98432	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	1414.84900	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	202.27659	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	204.73206	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	361.24438

x'

79.98432
1414.84900
202.27659
204.73206
361.24438

(z'ij)

19.78107	37.25937	2.97466	4.96922	0.00000
14.62079	583.05877	107.08761	164.97826	153.10357
12.90070	71.49771	0.00000	20.87074	11.00745
12.04065	102.71502	5.94931	0.00000	40.02708
9.46051	275.92073	5.94931	13.91303	0.00000

$z' = AX'$

	E	M	R	A	Sonst
E	23.00000	37.00000	3.00000	5.00000	0.00000
M	17.00000	579.00000	108.00000	166.00000	153.00000
R	15.00000	71.00000	0.00000	21.00000	11.00000
A	14.00000	102.00000	6.00000	0.00000	40.00000
Sonst	11.00000	274.00000	6.00000	14.00000	0.00000

zum Vergleich:

z

ähnliche Ursache(n), ähnliche Wirkung(en)

(starke) Kausalität

So etwas nennt man: Alternativ-Rechnung

Motto: was wäre, wenn (bedingte Prognose)

hier: Energiesparen der Haushalte  
unter ceteris paribus Bedingungen

viele verschied. Alternativ-Rechnungen möglich

keine Gewähr für Eintretenswahrscheinlichkeit

Vorteil: Konsistenz gewahrt!

(versuchen Sie einmal, im Kopf 3 Gleichungen  
für 3 Variable zu lösen)

? wie schnell stellt sich der neue Zustand ein

?? wie findet das System (freie Marktwirtschaft)  
die Lösung (Gleichgewicht zwischen Angebot  
und Nachfrage)

Alternativrechnung nimmt an: sofort  
(instantan, ohne  
Verzögerung)

darüber gibt unser I/O-Systemmodell keine  
Auskunft

deskriptives Modell (beschreibend)

[ J. Schumann: Input-Output-Analyse,  
Springer, Berlin, 1968