Modellierung

Renate Thies

Universität Dortmund - Fachbereich Informatik
Lehrstuhl für Systemanalyse (LS11)

Sommersemester 2004

Modell

- Abbild von etwas, oft unter Weglassen von Details, also im Sinne einer vereinfachten Darstellung
  [Duden Informatik, 2001]
- vereinfachende Nachbildung wesentlicher Strukturen und Funktionen komplizierter und komplexer Gebilde der Wirklichkeit
- Vorbild, Muster

Modell

- Abbild von etwas, oft unter Weglassen von Details, also im Sinne einer vereinfachten Darstellung
  [Duden Informatik, 2001]
- vereinfachende Nachbildung wesentlicher Strukturen und Funktionen komplizierter und komplexer Gebilde der Wirklichkeit
- Vorbild, Muster

Modellierung

Erstellung eines Modells, um eine bestimmte Aufgabe zu lösen, deren Bewältigung am Original unmöglich oder unzweckmäßig ist.

Warum Modellierung?

- zur Durchführung von Experimenten, die am Realsystem nicht durchgeführt werden sollen, können oder dürfen
- gefahrlose Anwendung von Modellen
- Modelle sind billiger und leichter zugänglich
- geringer bzw. kein Schaden am Realsystem

Warum Modellierung?

- zur Durchführung von Experimenten, die am Realsystem nicht durchgeführt werden sollen, können oder dürfen
- gefahrlose Anwendung von Modellen
- Modelle sind billiger und leichter zugänglich
- geringer bzw. kein Schaden am Realsystem

daher:

- Computerexperimente
- Gedankenexperimente

Modellierung

Wissenschaftliche Modellierung zur Untersuchung eines Systems mit Hilfe eines Modells besteht aus 3 Arbeitsschritten:

Formulierung: Erstellung eines wissenschaftliches Modells durch Reduktion von Komplexität und Abstraktion des Realsystems

Untersuchung: Untersuchung des Modells mit geeigneten Methoden, unabhängig vom Realsystem

Validierung: Vergleich der Ergebnisse der Untersuchung des Modells mit bekannten Eigenschaften des Realsystems

Modell muss adäquat sein:

- genau genug sonst falsche Schlüsse
- nicht zu genau sonst zu teuer

Modell muss adäquat sein:

- genau genug sonst falsche Schlüsse
- nicht zu genau sonst zu teuer

es gibt verschiedene Modelle zum gleichen „Thema“, denn
Systemanalyse:
systematische Analyse des Verhaltens eines Systems über die Zeit mit mathematischen Modellen

Klassifikation von Modellen I

Attribut	**Beschreibung**
stochastisch	Benutzung von Zufallsvariablen
deterministisch	keine zufallsabhängigen Einflüsse
dynamisch	Zeit tritt explizit als Variable auf
statisch	Zeit tritt nicht als Variable auf
diskret	Benutzung von Variablen, die sich schrittweise ändern (z.B. in Schritten von ganzen Zahlen)
kontinuierlich	Benutzung von Variablen, die sich stetig ändern (meist auch: differenzierbarer Kurvenverlauf)

Klassifikation von Modellen II

Attribut	**Beschreibung**
qualitativ	Variablen werden mit Nominal- und Ordinalskalen gemessen
quantitativ	Variablen werden mit Intervall- und Verhältnisskalen gemessen
linear	Änderungen in einer Variablen verursachen nur proportionale Änderungen in anderen Variablen
nichtlinear	nicht-proportionale Änderungen; zur Beschreibung einer nichtlinearen Beziehung werden alle Potenzen der Variablen benutzt außer der Potenz 1

Dynamische Modelle

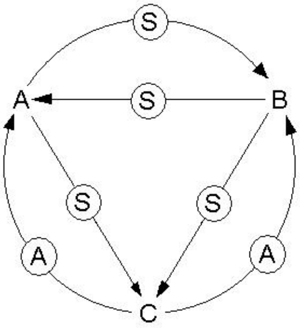
3 Kennzeichen:

1. muß vollsymbolisiert sein.

Beispiel:
Sympathie-Antipathie-Schema

A, B, C: drei Personen

S: Sympathie
A: Antipathie



Dynamische Modelle

3 Kennzeichen:

1. muß vollsymbolisiert sein
2. symbolisierte Ereignisse oder Zustände müssen durch einen Zeitindex gekennzeichnet sein

Dynamische Modelle

3 Kennzeichen:

1. muß vollsymbolisiert sein
2. symbolisierte Ereignisse oder Zustände müssen durch einen Zeitindex gekennzeichnet sein

Beispiel:
Umsatz U eines Unternehmens in der Periode $t = 1,2,3,\ldots$
Umsatzentwicklung $U(t) = 1000 + 600t$

Dynamische Modelle

3 Kennzeichen:

1. muß vollsymbolisiert sein
2. symbolisierte Ereignisse oder Zustände müssen durch einen Zeitindex gekennzeichnet sein
3. muss mindestens eine zeitinvariante Verknüpfung zweier zeitlich gegeneinander verzögerter Ereignisse aufweisen.

Dynamische Modelle

3 Kennzeichen:

1. muß vollsymbolisiert sein
2. symbolisierte Ereignisse oder Zustände müssen durch einen Zeitindex gekennzeichnet sein
3. muss mindestens eine zeitinvariante Verknüpfung zweier zeitlich gegeneinander verzögerter Ereignisse aufweisen.

zeitinvariante verzögerte Verknüpfung: $A(t) \to B(t + \delta t)$

$$\text{dynamische Hypothesen} \begin{cases} \text{deterministische Hypothesen} \\ \text{stochastische Hypothesen} \end{cases}$$

Metrisch dynamische Modelle

- dynamische Modelle, deren Ereignisse durch metrische (oder quantitative) Größen repräsentiert werden
- bilden Teilklasse der dynamischen Modelle
- ca. 95% aller bekannten dynamischen Modelle sind metrisch dynamische Modelle

Metrisch dynamische Modelle

- dynamische Modelle, deren Ereignisse durch metrische (oder quantitative) Größen repräsentiert werden
- bilden Teilklasse der dynamischen Modelle
- ca. 95% aller bekannten dynamischen Modelle sind metrisch dynamische Modelle

Beispiel: Einfacher metrischer Modellansatz:

Gegeben:	$W_{1000}(t-1)$:	Werbeausgaben zum Zeitpunkt $t-1$
	$U_{10000}(t-1)$:	Werbeausgaben zum Zeitpunkt $t-1$
	$U_{13000}(t)$:	Umsatz zum Zeitpunkt t

Folgende Behauptung kann aufgestellt werden:

$$U_{13000}(t-1) \wedge W_{1000}(t-1) \rightarrow U_t \text{ für } t = 0, 1, \ldots$$

Es gibt 2 Modelltypen metrisch dynamischer Modelle:

zeitkontinuierlich	zeitdiskret
zu jedem Zeitpunkt auf der Zeitachse ist ein Zahlenwert für die metrische Größe ermittelbar	die Werte der metrischen Größen werden nur zu bestimmten Zeitpunkten ermittelt

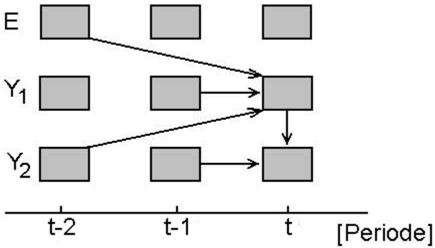
Jedes real sozioökonomische System, welches durch ein zeitkontinuierliches Modell beschrieben wird, kann auch durch ein zeitdiskretes dynamisches Modell repräsentiert werden.

daher: Betrachtung metrisch dynamisch zeitdiskreter Modelle

Metrisch dynamische zeitdiskrete äquidistante Modelle (MZÄ)

- wie metrisch dynamische zeitdiskrete Modelle
- gleichbleibende (äquidistante) Zeitabstände auf der Zeitachse

Beispiel eines MZÄ-Modells



Es gilt:

$$
\begin{aligned}
Y_1(t) &= F\left[E(t-2), Y_1(t-1), Y_2(t-2)\right] \qquad (1)\\
Y_2(t) &= F\left[Y_1(t), Y_2(t-1)\right] \qquad (2)
\end{aligned}
$$

(Differentialgleichungen)

Multiplikator-Akzelerator-Modell (MA-Modell)

- entwickelt von Paul A. Samuelson (*1915) in den 1930er Jahren
- zur Untersuchung von Konjunkturschwankungen
- beschreibt die dynamischen und statischen Beziehungen zwischen den aggregierten Größen einer Volkswirtschaft

Multiplikator-Akzelerator-Modell

Aggregierte Größen einer Volkswirtschaft	
Y	Volkseinkommen
C	Privater Konsum
I	Investitionen der Unternehmer
G	Staatsausgaben

Parameter	
α	Konsumquote
β	Akzelerator (Proportionalitätsfaktor)

Systemgleichungen:

$$\begin{aligned} I(t) &= \beta\,[C(t) - C(t-1)] && \text{Investitionsfunktion} && (3)\\ Y(t) &= C(t) + I(t) + G(t) && \text{Gütermarktausgleich} && (4)\\ C(t) &= \alpha Y(t-1) && \text{Konsumfunktion} && (5) \end{aligned}$$

Variablenklassifizierung

- endogen
- exogen
  - zeitkonstante (Parameter)
  - zeitvariable
- verzögert endogen
- verzögert exogen
- unverzögerte

Dimension eines dynamischen Modells Anzahl der Gleichungen

Grad einer DGL größte Zeitverzögerung

reduzierte Gleichung eine endogene Variable wird durch eine Gleichung beschrieben, deren rechte Seite nur vorherbestimmte Variablen enthält

reduzierte Form alle endogenen Variablen werden durch reduzierte Gleichungen beschrieben

Endgleichung die betrachtete endogene Variable hängt allein von ihren eigenen verzögerten Ausprägungen und den verzögerten und unverzögerten Variablen ab

- **homogen** $E(t) = 0$ für $t = 0, 1, \ldots$
- **inhomogen** sonst

Multiplikator-Akzelerator-Modell

$$
\begin{aligned}
I(t) &= \beta\,[C(t) - C(t-1)] && (6)\\
Y(t) &= C(t) + I(t) + G(t) && (7)\\
C(t) &= \alpha Y(t-1) && (8)
\end{aligned}
$$

Multiplikator-Akzelerator-Modell

$$
\begin{aligned}
I(t) &= \beta\,[C(t) - C(t-1)] && (6)\\
Y(t) &= C(t) + I(t) + G(t) && (7)\\
C(t) &= \alpha Y(t-1) && (8)
\end{aligned}
$$

reduzierte Gleichung:

$$Y(t) = \alpha Y(t-1) + \beta\,[\alpha Y(t-1) - C(t-1)] + G \qquad (9)$$

Multiplikator-Akzelerator-Modell

$$\begin{aligned} I(t) &= \beta\,[C(t) - C(t-1)] && (6) \\ Y(t) &= C(t) + I(t) + G(t) && (7) \\ C(t) &= \alpha Y(t-1) && (8) \end{aligned}$$

reduzierte Gleichung:

$$Y(t) = \alpha Y(t-1) + \beta\,[\alpha Y(t-1) - C(t-1)] + G \tag{9}$$

Endgleichung:
Mit der reduzierten Gleichung und $C(t-1) = \alpha Y(t-2)$ folgt:

$$Y(t) = (\alpha + \alpha\beta) Y(t-1) - \alpha\beta Y(t-2) + G(t) \tag{10}$$

Hypothesengleichungen

Wenn-Dann Behauptungen über die in der Wirklichkeit auftretenden Beziehungen

Hypothesengleichungen

Wenn-Dann Behauptungen über die in der Wirklichkeit auftretenden Beziehungen

Klassifizierung von Hypothesengleichungen:

- nach Bedeutungsgehalt
  1. technologische Hypothesen
  2. institutionelle Hypothesen
  3. Verhaltenshypothesen

Hypothesengleichungen

Wenn-Dann Behauptungen über die in der Wirklichkeit auftretenden Beziehungen

Klassifizierung von Hypothesengleichungen:

- nach Bedeutungsgehalt
  1. technologische Hypothesen
  2. institutionelle Hypothesen
  3. Verhaltenshypothesen
- nach emprischem Gehalt
  1. parametrisch-singuläre Hypothesen
  2. parametrisch-generelle Hypothesen
  3. komparative und nichtkomparative Hypothesen

Hypothesengleichungen

Wenn-Dann Behauptungen über die in der Wirklichkeit auftretenden Beziehungen

Klassifizierung von Hypothesengleichungen:

- nach Bedeutungsgehalt
  1. technologische Hypothesen
  2. institutionelle Hypothesen
  3. Verhaltenshypothesen
- nach emprischem Gehalt
  1. parametrisch-singuläre Hypothesen
  2. parametrisch-generelle Hypothesen
  3. komparative und nichtkomparative Hypothesen
- im Hinblick auf die pragmatischen Relationen
  1. kontrollierte und unkontrollierte Hypothesen
  2. primäre und sekundäre Hypothesen

Definitonsgleichungen

- Unterschied zu anderen Gleichungsformen eines Modells: es ist nicht sinnvoll nach iherer Wahrheit zu fragen.
- bilden das Grundgerüst, an das die Hypothesen in Form von Hypothesengleichungen anknüpfen

Schaubildliche Darstellung dynamischer Systeme

- erleichtert gedankliche Vergegenwärtigung und anschauliche Interpretation der Zusammenhänge
  $\Longrightarrow$ besseres Verständnis der Systemstruktur
- jedes dynamische Modell kann in irgendeiner Form durch Diagramme erläutert/dokumentiert werden
- Darstellung von Systemen mit Hilfe von Abbildungen ist eine Form der Modellierung

Schaubildliche Darstellung dynamischer Systeme

- erleichtert gedankliche Vergegenwärtigung und anschauliche Interpretation der Zusammenhänge
  $\Longrightarrow$ besseres Verständnis der Systemstruktur
- jedes dynamische Modell kann in irgendeiner Form durch Diagramme erläutert/dokumentiert werden
- Darstellung von Systemen mit Hilfe von Abbildungen ist eine Form der Modellierung

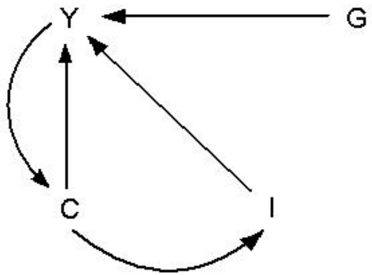
Diagrammformen

1. Kausaldiagramme
2. Pfeil-, Block- und Signalflußdiagramme
3. System-Dynamics-Diagramme

Kausaldiagramme

- beschreiben nichtparametrische Modelle
- liefern Aussagen über die Beeinflussungsrichtungen der Systemvariablen

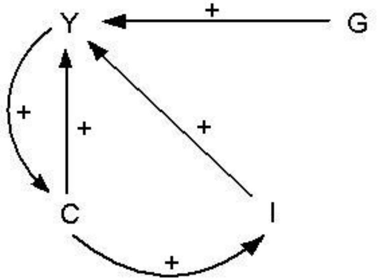
Beispiel: Kausaldiagramm eines MA-Modells



komparative Kausaldiagramme

- wie Kausaldiagramme
- enthalten zusätzliche Behauptungen über die Beeinflussungstendenz

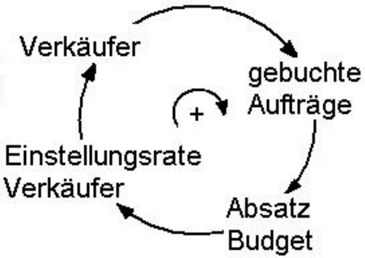
Beispiel: komparatives Kausaldiagramm eines MA-Modells



Feedback- oder Rückkopplungsdiagramme (Kausaldiagramme)

- wie Kausaldiagramme
- enthält geschlossene Beeinflussungskette (Feedback- oder Rückkopplungskreis)

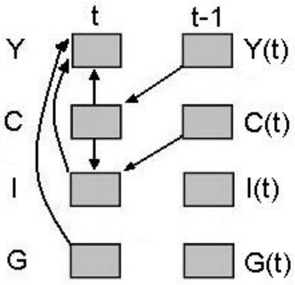
Beispiel:
positiver Feedbackkreis aus dem Absatzbereich eines Unternehmens



Tinbergensches Pfeildiagramm

- informelle Vereinfachung eines Kausaldiagramms
- Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten der Variableneinflüsse

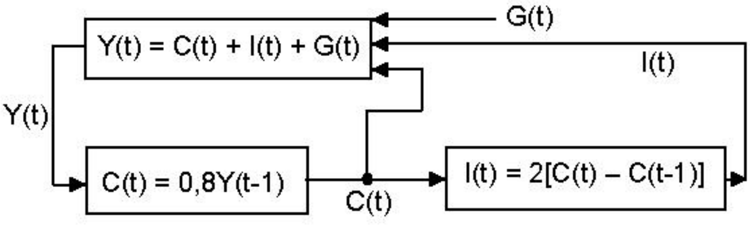
Beispiel:
Tinbergensches Pfeildiagramm eines MA-Systems



Blockdiagramme

- verschiedene Darstellungskonventionen

Beispiel: Blockdiagrammdarstellung eines MA-Systems



Warum?
Erstellung von Prognosen (Führt der Zeitverlauf in die Zukunft, stellt der ermittelte Variablenverlauf eine Prognose dar.)

Warum?
Erstellung von Prognosen (Führt der Zeitverlauf in die Zukunft, stellt der ermittelte Variablenverlauf eine Prognose dar.)

Zur Ermittlung der endogenen Variablen werden 2 Fälle unterschieden:

1. die exogenen Variablen sind als geschlossene endliche Formelausdrücke gegeben:
   die Zeitverläufe der endogenen Variablen können in bestimmten Fällen als Formelausdrücke ermittelt werden [Zwicker, 1981]
2. es ist nicht möglich, aus einem dyn. MZÄ-Modell die Endgleichungen bzw. reduzierten Gleichungen abzuleiten: periodische Simultanlösung (numerische Näherungsmethode)

Stabilität

- Verlauf einer bestimmten endogenen Systemvariablen wird als Gleichgewichtspfadoder ungestörten Zustand bezeichnet
- Ausübung einer Störung auf diesen Gleichgewichtspfad $\Longrightarrow$ vom Gleichgewichtspfad abweichender Variablenverlauf
- Einführung eines Maßes zur Beschreibung der Abweichung zwischen gestörtem und ungestörtem Verlauf
- System ist instabil wenn eine bestimmte Norm des Maßes überschritten wird, sonst stabil

Es wird unterschieden zwischen

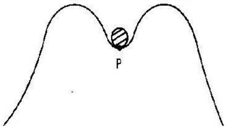
asymptotischer Stabilität wenn nach dem Einwirken einer Störung der Verlauf der endogenen Variablen wieder gegen den Gleichgewichtspfag konvergiert

Ljapunov Stabilität wenn nach dem Einwirken einer Störung der Verlauf der endogenen Variablen sich dem Gleichgewichtspfad *annähert*

Stabilität kann von der Größe der Störung abhängen.

Beispiel: Lage des Balles

- im kleinen stabil
- im großen instabil



Es wird unterschieden zwischen

globaler Stabilität wenn ein System unabhängig von der Größe der Störung stabil ist
(stabil im großen und im kleinen)

lokaler Stabilität wenn ein System mindestens bei einer exogenen Störung stabil bleibt

Achtung: es gilt globale Stabilität $\longrightarrow$ lokale Stabilität

aber globale Stabilität $\stackrel{?}{\longleftarrow}$ lokale Stabilität

Es wird unterschieden zwischen

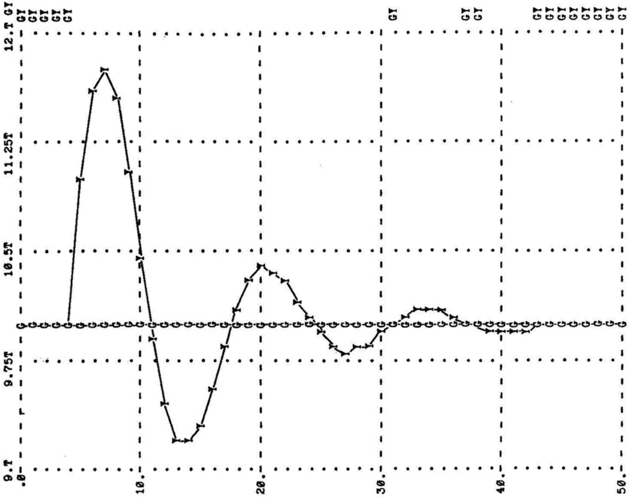
globaler Stabilität wenn ein System unabhängig von der Größe der Störung stabil ist
(stabil im großen und im kleinen)

lokaler Stabilität wenn ein System mindestens bei einer exogenen Störung stabil bleibt

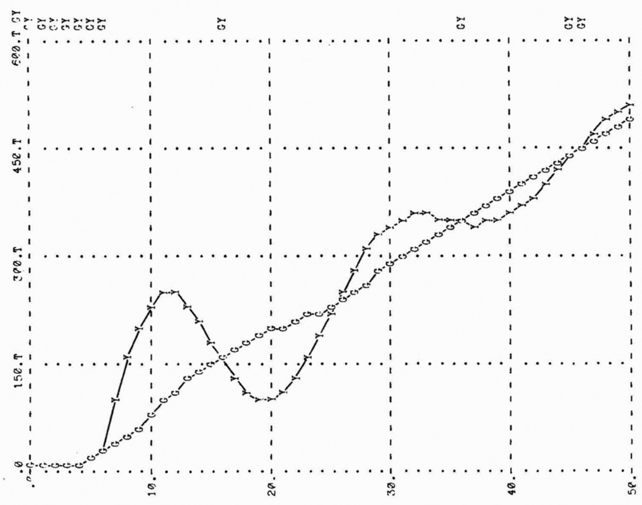
Achtung: es gilt globale Stabilität $\rightarrow$ lokale Stabilität
aber globale Stabilität $\overset{?}{\leftarrow}$ lokale Stabilität

Niveaustabilität Gleichgewichtspfad der endogenen Variablen verläuft zeitkonstant (beschreibt im Graph eine waagerechte Linie)

Evolutionsstabilität Gleichgewichtspfad zeigt keine konstante Tendenz (steigender oder fallender Verlauf)



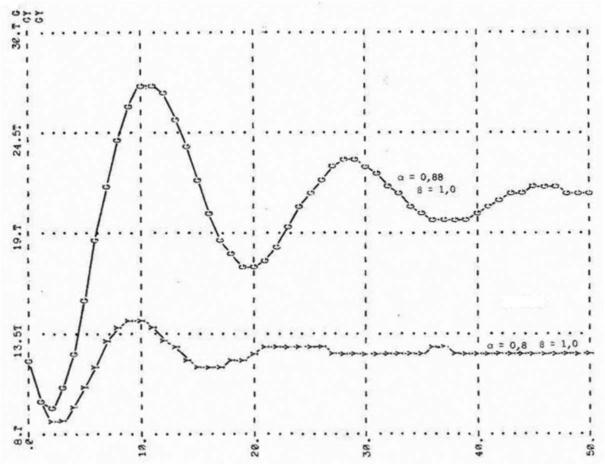
Störung eines dynamischen Systems mit Niveaustabilität



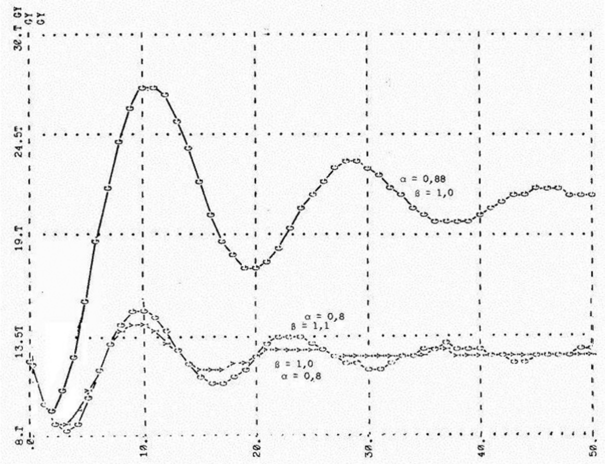
Störung eines dynamischen Systems mit Evolutionsstabilität

Sensitivität

- Ausdruck für die 'Reaktionsstärke' der endogenen Variablen eines Modells bzgl. bestimmter Änderungen der Parameter
- Indikator der empirischen Relevanz eines Modells
- *die* Sensitivität gibt es nicht
- sensitives Modell: im Modell läßt sich zumindest ein Parameter finden, auf dessen Änderung alle endogenen Variablen stark reagieren



Sensitivität des MA-Modells
gegenüber dem Parameter α



Sensitivität des MA-Modells
gegenüber dem Parameter α bzw. β

Lineare Funktion

- Polynom ersten Grades
- $y = mx + b$

Lineares dynamisches Modell

- alle endogenen Variablen werden durch eine Linearkombination der zeitveränderlichen endogenen und exogenen Variablen bestimmt

Lineare Funktion

- Polynom ersten Grades
- $y = mx + b$

Lineares dynamisches Modell

- alle endogenen Variablen werden durch eine Linearkombination der zeitveränderlichen endogenen und exogenen Variablen bestimmt

lineare Modelle mit konstanten Koeffizienten

$$Y_1(t) = 0.5\,Y_1(t-1) + Y_2(t-2) + 100 \tag{11}$$

$$Y_2(t) = 0.3\,Y_2(t-2) + 1.1\,Y_1(t-1) \tag{12}$$

lineare Modelle mit zeitvariablen Koeffizienten

$$Y_2(t) = 0.3^t\,Y_2(t-2) + 1.1\,Y_1(t-1) \tag{13}$$

Bestimmung der Funktionslösung einer endogenen Variablen Y erfolg anhand ihrer Endgleichung:

1. homogene Endgleichung
   $Y(t) + a_1 Y(t-1) + \ldots + a_n Y(t-n) = 0 = E(t)$

Bestimmung der Funktionslösung einer endogenen Variablen Y erfolg anhand ihrer Endgleichung:

1. homogene Endgleichung
   $Y(t) + a_1 Y(t-1) + \ldots + a_n Y(t-n) = 0 = E(t)$

2. charakteristische Gleichung (Subst. $Y(t-i) = \lambda^{n-i}$):
   $\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$

Bestimmung der Funktionslösung einer endogenen Variablen Y erfolg anhand ihrer Endgleichung:

1. homogene Endgleichung
   $Y(t) + a_1 Y(t-1) + \ldots + a_n Y(t-n) = 0 = E(t)$
2. charakteristische Gleichung (Subst. $Y(t-i) = \lambda^{n-i}$):
   $\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$
3. **Gaußscher Hauptsatz der Algebra:**
   Polynom vom Grad n hat genau n Wurzeln (Lösungen), die nicht alle verschieden sein müssen.

$\Rightarrow$ Lösungsansatz hängt von der Art der Wurzeln ab!

Lösungsansatz $Y(t) = \ldots$ bei *homogener* Endgleichung und

1. verschiedenen reelen Wurzeln

$$C_1\lambda_1^t + C_2\lambda_2^t + \ldots + C_{n-1}\lambda_{n-1}^t + C_n\lambda_n^t$$

2. s-fach auftretenden gleichen Wurzeln

$$(C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + \ldots + C_s t^{s-1})\lambda^t$$

3. ein Paar konjugiert komplexer Wurzeln liegt s-mal vor

$$\begin{aligned} r^t \Big[&(A_1 + A_2 t + A_3 t^2 + \ldots + A_s t^{s-1}) \cos\varphi t + \\ &(B_1 + B_2 t + B_3 t^2 + \ldots + B_s t^{s-1}) \sin\varphi t \Big] \end{aligned}$$

Lösungsansatz $Y(t) = \ldots$ bei *inhomogener* Endgleichung

- setzt sich zusammen aus $\bar{Y}(t)$ und $\tilde{Y}(t)$:
  $Y(t) = \bar{Y}(t) + \tilde{Y}(t)$

mit

- $\bar{Y}(t)$ ist eine spezielle Lösung von der Endgleichung
- $\tilde{Y}(t)$ ist die entsprechende Lösung der homogenen Endgleichung

Dynamisches System in der Deutungsweise eines schwarzen Kastens:

Ermittlung empirischer relevanter Implikationen durch

- Festlegung der Eingänge
  (Verläufe der exogenen Variablen)
- Betrachtung der Ausgänge
  (Verläufe der endogenen Variablen)

Typisches Kennzeichen für lineare dynamische Modelle:
Transformationsmechanismus

Postulat der ungestörten Überlagerung
Der durch eine bestimmte Eingangsgröße bewirkte Zeitverlauf einer Ausgangsgröße kann unabhängig von anderen Eingängen bestimmt werden.

Postulat der Adäquanz von Ursache und Wirkung
Eine $k-$fache Erhöhung des Eingangsgrößenverlaufs hat stets eine $k-$fache Erhöhung des Ausgangsgrößenverlaufs zur Folge.
(Analog für Verminderung)

Kennzeichnung eines einzelnen lin. Systems: Testantworten

Testfunktion
standardisierte Eingangsgröße die einem System aufgeprägt wird, welchen sich in einem Nieveaugleichgewicht befindet.

- Einheitsimpuls

$$E^*(t) = \begin{cases} 1 \text{ für } t = 0 \\ 0 \text{ für } t = \ldots, -2, -1, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

Einheitsimpulsantwort $Z^*(t)$

Kennzeichnung eines einzelnen lin. Systems: Testantworten

Testfunktion

standardisierte Eingangsgröße die einem System aufgeprägt wird, welchen sich in einem Nieveaugleichgewicht befindet.

- Einheitsimpuls

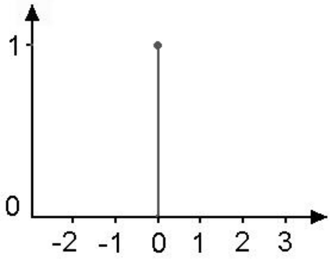
$$E^*(t) = \begin{cases} 1 \text{ für } t = 0 \\ 0 \text{ für } t = \ldots, -2, -1, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

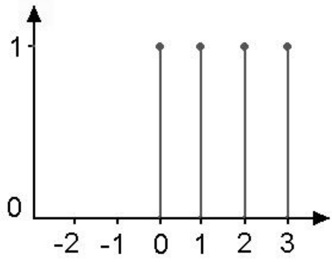
  Einheitsimpulsantwort $Z^*(t)$

- Einheitssprung

$$E^{**}(t) = \begin{cases} 1 \text{ für } t = 0, 1, 2, \ldots \\ 0 \text{ für } t = -1, -2, -3 \ldots \end{cases}$$

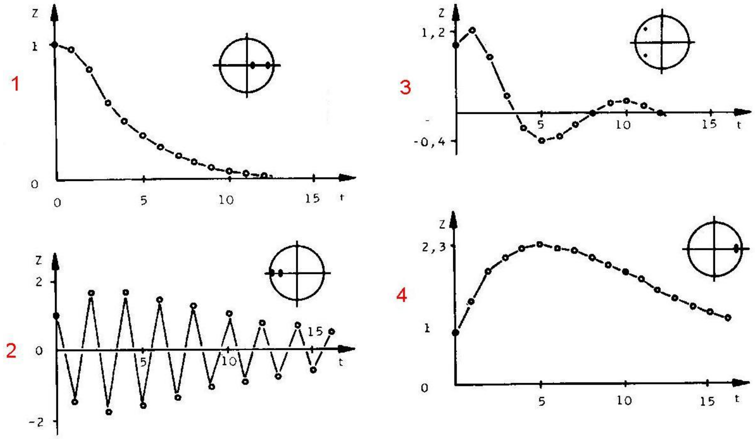
  Einheitssprungantwort $Z^{**}(t)$





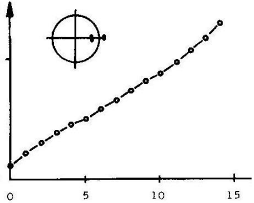
Einheitsimpuls und Einheitssprung

Berechnung der Einheitsimpulsantwort: [Zwicker, 1981]

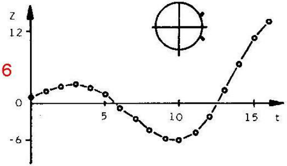


Typische Einheitsimpulsantworten
im Falle eines gedämpften Systemverhaltens

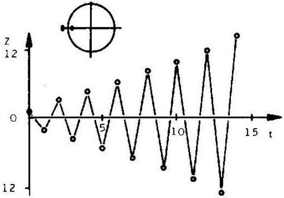
5



6



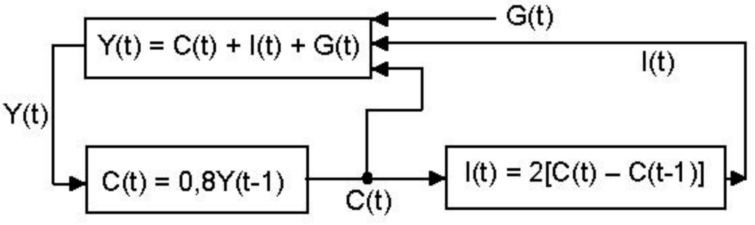
7



Typische Einheitsimpulsantworten
im Falle eines *un*gedämpften Systemverhaltens

- Wurzeln einer Endgleichung bestimmen sich aus ihren Koeffizienten
- Bei Endgleichungen 2. Grades kann man ein Verhaltensdiagrammdes Endgleichungstyps aufstellen
- Ordianten- bzw. Abszissenwerte: Koeffizientenausprägung
  Beispiel: Für die Endgleichung
  $Y(t) + a_1 Y(t-1) + a_2 Y(t-2) = E(t)$ sind die Ordinaten- bzw. Abszissenwerte a_1 bzw. a_2
- differenzierte Klassifizierung des Systemverhaltens: Unterscheidung von 14 Flächenbereichen, in denen unterschiedliche Verhaltensweisen auftreten

Endgleichungsbestimmung anhand graphischer Systemdarstellungen: Blockdiagramme



Operatorenübergangsfunktion

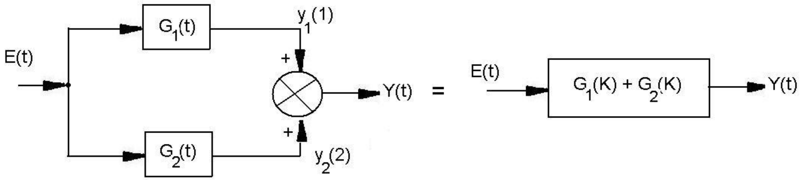
Ausdruck, der 2 unverzögerte Variblen miteinander verknüpft
Beispiel: $2 - 2K^{-1}$ ist die Operatorenübergangsfunktion für

$$I(t) = \left[2 - 2K^{-1}\right] C(t)$$

Ermittlung der totalen Übergangsfunktion unter Zusammenfassung mehrerer Blöcke zu einem

3 Grundtypen der Zusammenfassung:

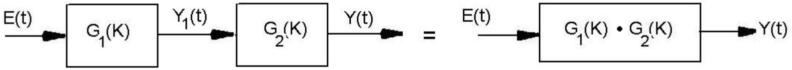
1. Zusammenfassung von Parallelgliedern



Ermittlung der totalen Übergangsfunktion unter Zusammenfassung mehrerer Blöcke zu einem

3 Grundtypen der Zusammenfassung:

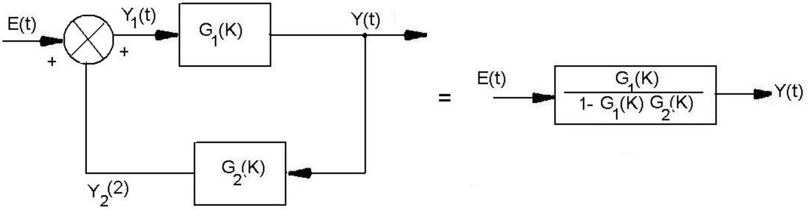
1. Zusammenfassung von Parallelgliedern
2. Zusammenfassung von kaskadierenden Gliedern



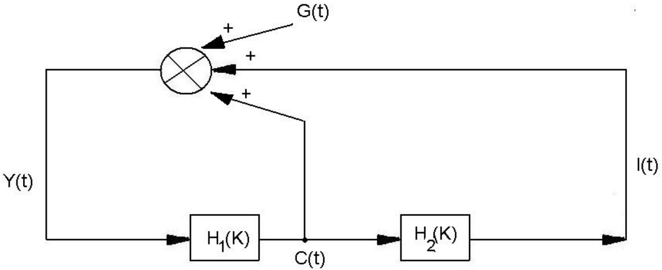
Ermittlung der totalen Übergangsfunktion unter Zusammenfassung mehrerer Blöcke zu einem

3 Grundtypen der Zusammenfassung:

1. Zusammenfassung von Parallelgliedern
2. Zusammenfassung von kaskadierenden Gliedern
3. Zusammenfassung von Kreisschaltungen

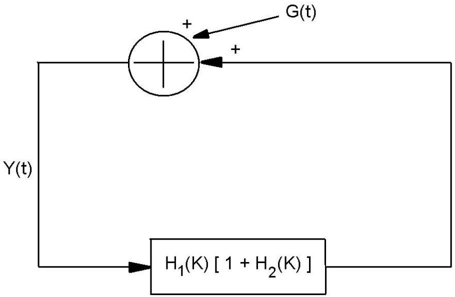


Beispiel:



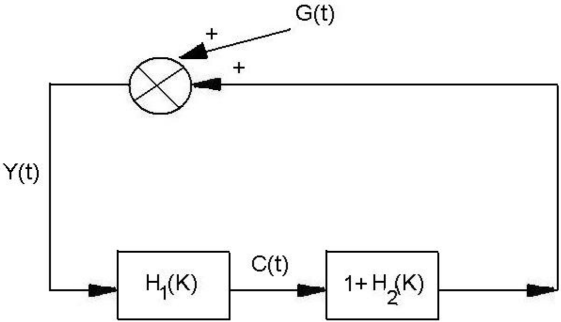
Blockdiagramm eines MA-Systems

Beispiel:



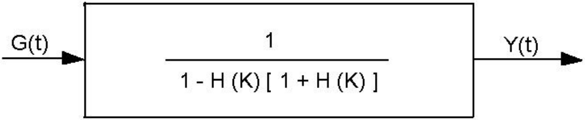
Reduziertes Blockdiagramm
durch Zusammenfassung von Parallelgliedern

Beispiel:



Reduziertes Blockdiagramm
durch Zusammenfassung kaskadierender Glieder

Beispiel:



Reduziertes Blockdiagramm
durch Zusammenfassung von Kreisgliedern

Wir erhalten:

$$H(K) = \frac{1}{-1H_1(K)\left[1 + H_2(K)\right]}$$

Wir erhalten:

$$H(K) = \frac{1}{-1 H_1(K)\left[1 + H_2(K)\right]}$$

Es gilt: $H_1(K) = \alpha K^{-1}$ und $H_2(K) = \beta - \beta K^{-1}$
Damit erhalten wir

$$H(K) = \frac{1}{1 - (\alpha + \alpha\beta)K^{-1} + \alpha\beta K^{-2}}$$

Wir erhalten:

$$H(K) = \frac{1}{-1H_1(K)\left[1 + H_2(K)\right]}$$

Es gilt: $H_1(K) = \alpha K^{-1}$ und $H_2(K) = \beta - \beta K^{-1}$
Damit erhalten wir

$$H(K) = \frac{1}{1 - (\alpha + \alpha\beta)K^{-1} + \alpha\beta K^{-2}}$$

Mit $K^{-\eta}Y(t) = Y(t-\eta)$ lautet die Endgleichung:

$$Y(t) - (\alpha + \alpha\beta)Y(t-1) + \alpha\beta Y(t-2) = I(t)$$

Zum Foliensatz System Dynamics:

Foliensatz System Dynamics

Bossel, H. (1994).
Modellbildung und Simulation, volume 2.
Vieweg, Braunschweig [u.a.].
ISBN 3-528-15242-7.

Zwicker, E. (1981).
Simulation und Analyse synamischer Systeme in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften.
de Gruyter, Berlin; New York.
ISBN 3-11-007266-1.