Guldinsche Regel für x_s

$$x_s = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\text{erzeugte Fläche bei Rotation}}{\text{Länge der erzeugenden Linie}}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\text{Kugeloberfläche}}{\frac{1}{2}\ \text{Kreisumfang}} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{O_3}{O_2}$$

wobei O_n = Oberfläche einer n-dim. Kugel

$$O_2 = 2\pi s \quad ; \quad O_3 = 4\pi s^2$$

für $n=2$ also $x_s = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{4\pi s^2}{2\pi s} = \frac{2s}{\pi}$

damit $\varphi_{\text{stoch.}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2s}{\pi} = \frac{s}{\pi}$

für beliebiges n

$$x_s = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{O_{n+1}}{O_n} \quad \text{wobei } O_n = \frac{2\pi^{\frac{n}{2}}\, s^{n-1}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$= \frac{s}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

Stirling-Formel für $m \gg 1$ $\quad \Gamma(m) \approx \sqrt{2\pi}\, m^{m-\frac{1}{2}} e^{-m}$

ferner gilt $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

für $n \gg 1$ folgt $x_s \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$$\varphi_{\text{stoch.}} \approx \frac{s}{\sqrt{2\pi n}} \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Schlußfolgerung: Informationsbedarf $\sim n$ ist nicht nötig; man kommt mit $\sim \sqrt{n}$ aus!