

fraktale Dimension

hier speziell: Hausdorff-Dimension

gegeben: Punktmenge im d-dimens. Raum

Vorschrift: lege d-dimensionale Kugeln mit Durchmesser λ dicht gepackt hinein und zähle ihre Anzahl N ; lasse $\lambda \rightarrow 0$ gehen

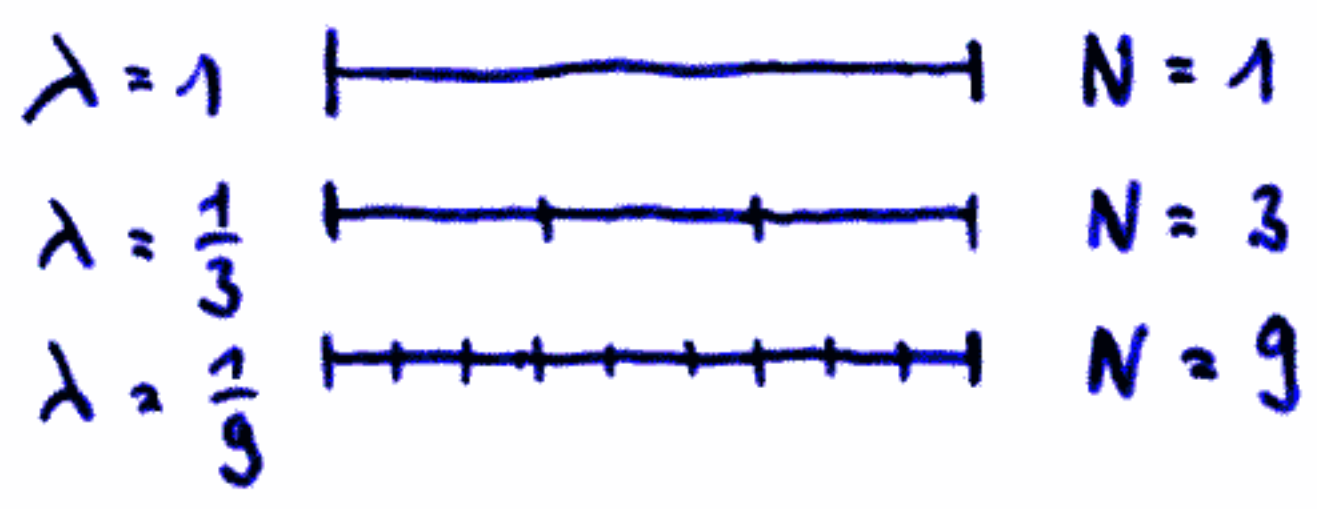
so daß Punktmenge überdeckt wird

Skalierungsgesetz

$$N(\lambda) \sim \lambda^{-D} \quad \text{für } \lambda \rightarrow 0$$

$$D = \lim_{\lambda \rightarrow 0} - \frac{\log [N(\lambda)/N(\lambda')]}{\log [\lambda/\lambda']}$$

Beispiel $d=1$



$$D = - \frac{\log [1/3]}{\log [1/\frac{1}{3}]} = 1$$



$$D = - \frac{\log [1/2]}{\log [1/\frac{1}{3}]} = \frac{\log 2}{\log 3} = 0.6309$$

Cantor-Menge

$$L = \lambda (1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9} - \frac{4}{27} \dots) = \lambda [1 - \frac{1}{3} \sum_{v=0}^{\infty} (\frac{2}{3})^v]$$

$$= \lambda [1 - \frac{1}{3} (\frac{1}{1 - \frac{2}{3}})] = 0!$$