4.5 Bifurkation in zeitdiskreten Systemmodellen

am Beispiel eines „begrenzten Wachstums"

Ausgangspunkt: kontinuierliches logistisches Wachstum

(A) $$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = c\,y\left(1 - \frac{y}{a}\right)$$

pos. neg. Rückkopplung

Diskretisierung:

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t} = c\,y(t)\left(1 - \frac{y(t)}{a}\right)$$

nach Umbenennung $y(t) := y_k$

$y(t+\Delta t) := y_{k+1}$

und einfacher Transformation (neue Konstanten)

$1 + c\,\Delta t := r$

$a\left(1 + \frac{1}{c \cdot \Delta t}\right) := s$ / gesetzt $s = 1$

führt zu

(B) $$y_{k+1} = r\,y_k\,(1 - y_k)$$ Verhulst 1845

wobei $0 < y_k < 1$

? Zeitverhalten (Orbit, Trajektorie)

abh. von y_0 und r