4.2 Grenzzyklen

In dissipativen Systemmodellen mit Phasenraum-Dimension 2 gibt es außer Fokus, Knoten noch einen dritten Attraktortyp:

alle Bahnen münden in einen (stabilen) Grenzzyklus, der einen instabilen Fixpunkt P umgibt

(entdeckt von Poincaré)

Bsp $\quad x_1 = r\cos\varphi \quad ; \quad x_2 = r\sin\varphi \qquad$ Transf.

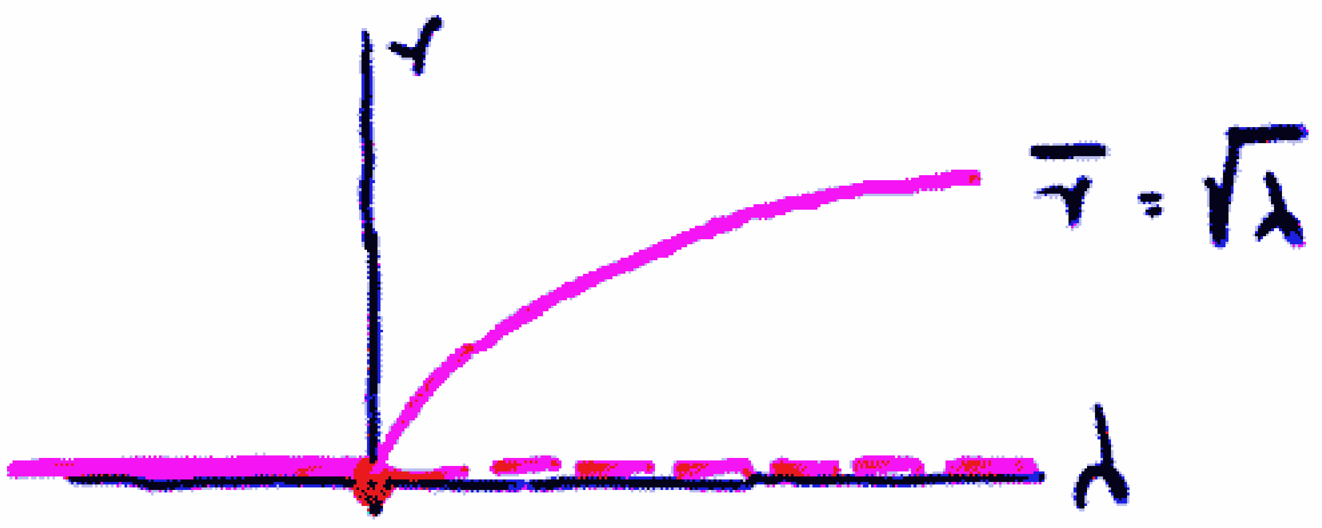
a) $\quad \dot r = \lambda r - r^3 \qquad r > 0$

b) $\quad \dot\varphi = \omega$

aus b) folgt: $\quad \varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$

aus a) lassen s. Fixpunkte ermitteln:

$$\bar r = 0 \quad \text{und} \quad \bar r = \sqrt{\lambda}$$



für $\lambda < 0$ ist $\bar r = 0$ $\left(\text{d.h.} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$ ein stabiler Fixpunkt

für $\lambda = 0$ wird dieser Fixpunkt instabil

Hopf-Bifurkation