

## 4. Chaotik (deterministische!)

### Stabilität ≠ Stabilität

bisherige Betrachtungen: Stabilität von Gleichgewichten

genauer: Endzustand von Trajektorien

nur in Abhängigkeit von Anfangszustand

### 4.1 strukturelle Stabilität / Bifurkation

bis ~ 1950 galt, Stabilitäts-Dogma!

d.h. math. Modelle, die strukturelle Zustabilität aufweisen, haben nichts mit der Realität zu tun

es geht um: Verhaltensabhängigkeit von Modellparametern (bisher konstant)

Bsp.  $\dot{x} = f(x, \lambda, \mu) = -x^3 + \lambda x + \mu$   
 Parameter:  $\lambda, \mu$

stationäre Zustände (Fixpunkte)  $\dot{x} = 0$

$$-x^3 + \lambda x + \mu = 0$$

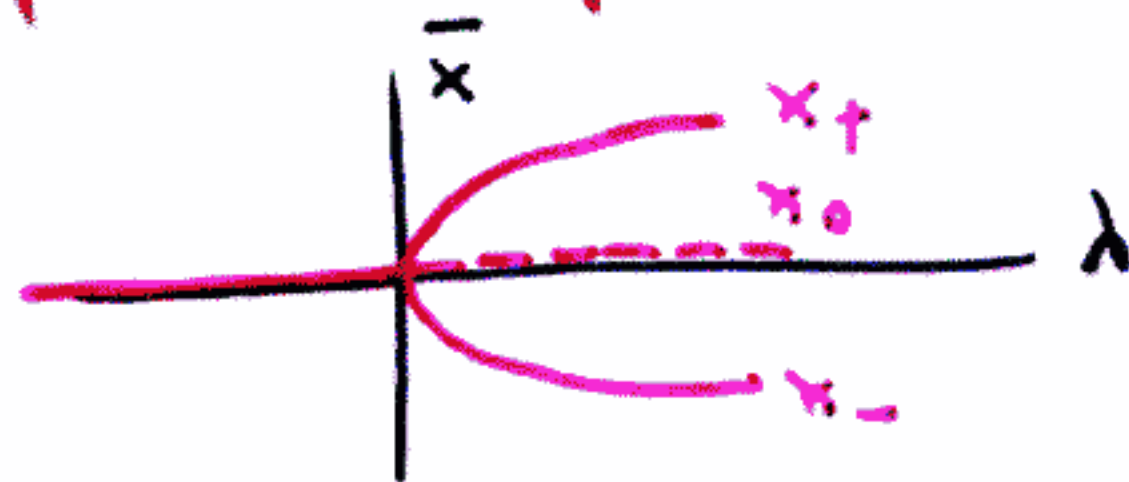
a)  $\mu = 0$

1. Lösung  $\bar{x} = 0$  / trivial  $x_0$

weitere Lösungen:  $-\bar{x}^2 + \lambda = 0$

$$\bar{x} = \pm \sqrt{\lambda} \quad x_{\pm}$$

für  $\lambda = 0$  fallen beide Lösungen zusammen



(Gabel-) Bifurkation