mathematisch lassen sich alle mögl. Bewegungen des Feder-Masse Systems in der $\varphi, \dot\varphi$ - Phasenebene beschreiben

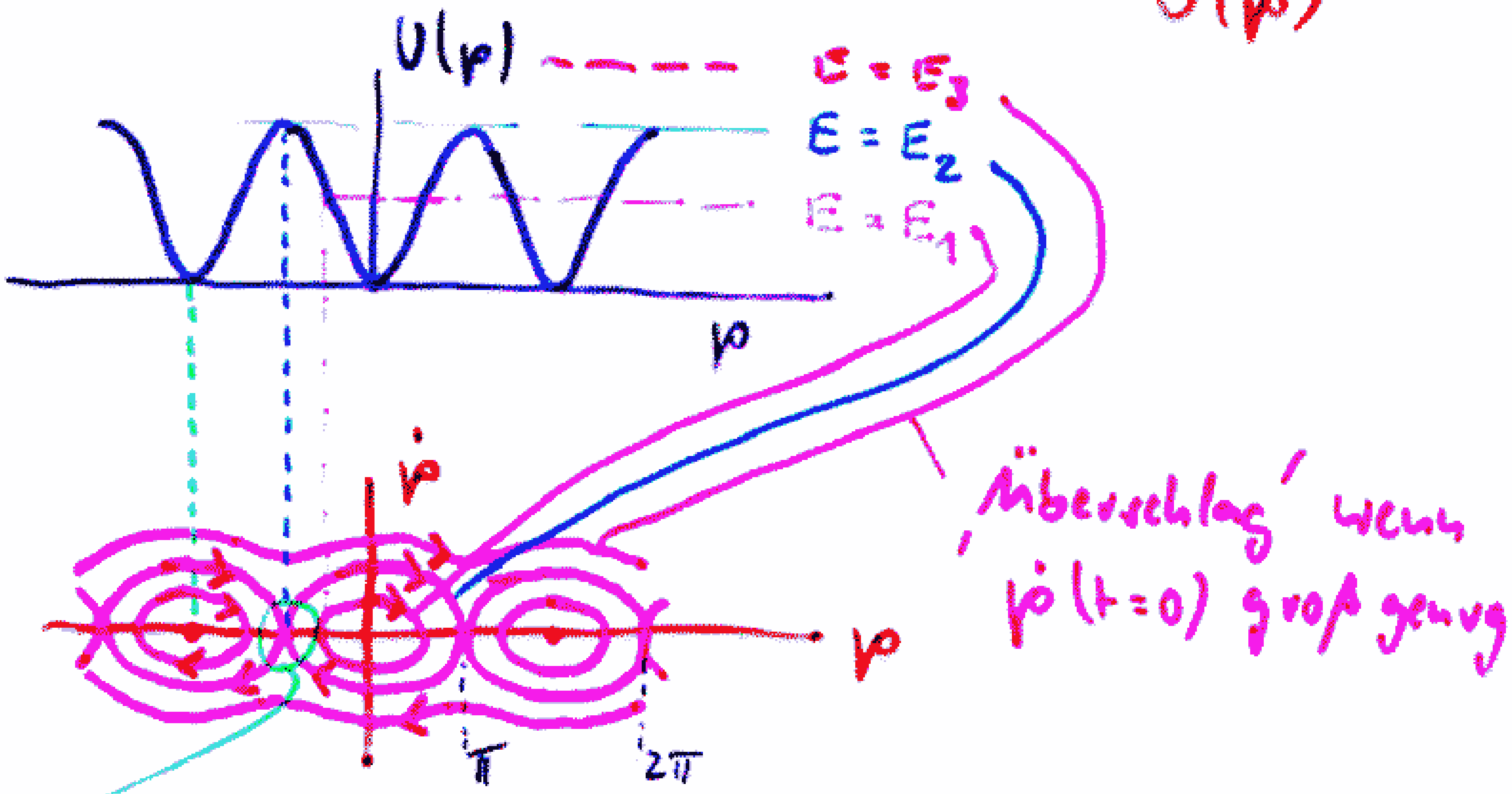
$\begin{pmatrix}\varphi\\ \dot\varphi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ besitzt neutrale Stabilität

jetzt wieder : Pendel (nichtlin. Fall)

$$\ddot\varphi + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0 \qquad (\varphi \text{ statt } \theta)$$

Gesamtenergie

$$E = \frac{\dot\varphi^2}{2} + \frac{g}{l}\int_0^\varphi \sin\xi \, d\xi = \frac{\dot\varphi^2}{2} + \underbrace{\frac{g}{l}(1-\cos\varphi)}_{U(\varphi)}$$



Phasenporträt des ungedämpften Pendels

(instabiles Gleichgew. für $U(\varphi) = E_2$ für $\varphi = \pm\pi$ n
dieser Zustand kann nur asymptotisch angenähert werden, in endlicher Zeit nicht erreicht werden
(weil sich hier Lösungen kreuzen würden → Verletzung des Eindeutigkeitsprinzips)