Beispiel Pendel

$$A = \left.\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{pmatrix}\right|_{x=\bar{x}} = \left.\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l}\cos x_1 & -r \end{pmatrix}\right|_{x=\bar{x}}$$

a) an Stelle $\bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & -r \end{pmatrix} \qquad \mathrm{Det}\, A = \frac{g}{l} > 0$$

$$\mathrm{Spur}\, A = -r < 0$$

Also ist $\bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ lokal stabiles Gleichgew.

b) an Stelle $\bar{x} = \begin{pmatrix} \pi \\ 0 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ +\frac{g}{l} & -r \end{pmatrix} \qquad \mathrm{Det}\, A = -\frac{g}{l} < 0$$

$$\mathrm{Spur}\, A = -r < 0$$

Also ist $\bar{x} = \begin{pmatrix} \pi \\ 0 \end{pmatrix}$ instab. Sattel-Gleichgew.

Aber: selbst wenn $\bar{x}$ nicht lokal asympt. stabil,

(für nichtlin. System) kann es evtl. doch noch begrenzt und damit 'stabil' sein

(genauere Aussage für $x(t \to \infty)$ ist mit <u>linearer</u> Stab. analyse nicht möglich)