3.7 Stabilität eines nichtlinearen dyn. Systems

Dgl. allg. autonomes System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2)\\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2)\end{aligned} \qquad (3.9)$$

Sei $\bar{x} = \begin{pmatrix}\bar{x}_1\\ \bar{x}_2\end{pmatrix}$ einziger Gleichgew. zustand

neue Größe: Abweichung $u_i = x_i - \bar{x}_i$

Taylor-Reihe

$$f_i(x_1,x_2) = \underbrace{f_i(\bar{x}_1,\bar{x}_2)}_{0 \text{ wg. Gleichg.}} + \frac{\partial f_i}{\partial x_1}(\bar{x}_1,\bar{x}_2)\,u_1 + \frac{\partial f_i}{\partial x_2}(\bar{x}_1,\bar{x}_2)\,u_2 \quad (+\text{höh. T.}) \qquad (3.10)$$

ferner gilt: $\dot{u}_i = \dot{x}_i$

für kleine Abweichungen: höhere Terme vernachlässigbar

folgt $\dot{u} = A u$ mit $u = \begin{pmatrix}u_1\\ u_2\end{pmatrix}$

$$\text{und } A = \left.\begin{pmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\end{pmatrix}\right|_{x=\bar{x}} \qquad (3.11)$$

Jacobische Matrix

(3.11) ist um den Fixpunkt ‚linearisiertes' System zu (3.9)

Stabilitätsfrage $x(t\to\infty) \to \bar{x}$?

jetzt reduziert auf $u(t\to\infty) \to 0$?

Vorsicht: da u per def. ‚klein': nur lokale Stab.