Gleichgewichtsbedingung $\quad \dot{x} = 0 \quad \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = 0$

zwei simultane Gleichungen

$$x_2 = 0$$

$$\sin x_1 = 0 \quad \text{bzw.} \quad x_1 = \pm n \cdot \pi \quad \text{für } n = 0, 1, 2 \ldots$$

→ 2 Fixpunkte

$$\begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi \\ 0 \end{pmatrix}$$

? welcher ist stabil, instabil

3.6 Stabilität eines linearen Systems

gegeben: System zweier linearer Dgl. 1. Ordnung

$$\dot{u}_1 = a_{11} u_1 + a_{12} u_2$$
$$\dot{u}_2 = a_{21} u_1 + a_{22} u_2 \qquad a_{ij} = \text{const.}$$

$$\dot{u} = A u \qquad \text{in Vektor-Matrix Schreibweise}$$

$$u(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

beschreibt Orbit im $\mathbb{R}^2$

Annahme: nicht-singulär
Eigenwerte $\lambda_{1,2}$ verschieden
(generische Situation)

dann

$$u(t) = \alpha_1 e^{\lambda_1 t} c_1 + \alpha_2 e^{\lambda_2 t} c_2 \tag{3.7}$$

wobei c_1, c_2 linear unabh. Eigenvektoren von A
entspr. den Eigenwerten λ_1 und λ_2