

PG431  
Simulated Annealing  
und  
Tabu Search

Marko Tasic

Bommerholz, 23./24. April 2003

1

## Gliederung

- Simulated Annealing
  - Abkühlen von Materialien
  - Simuliertes Abkühlen
  - Anwendung: TSP
  - Vor- und Nachteile
- Tabu Search
  - Suchen mit Gedächtnis
  - Anwendung: TSP
  - Vor- und Nachteile

2

## Simulated Annealing: Ursprung

- Statistische Mechanik
- Ziel: Perfekte kristalline Strukturen
- Methode: Langsames Abkühlen: **Annealing**

3

## Simulated Annealing: Ursprung

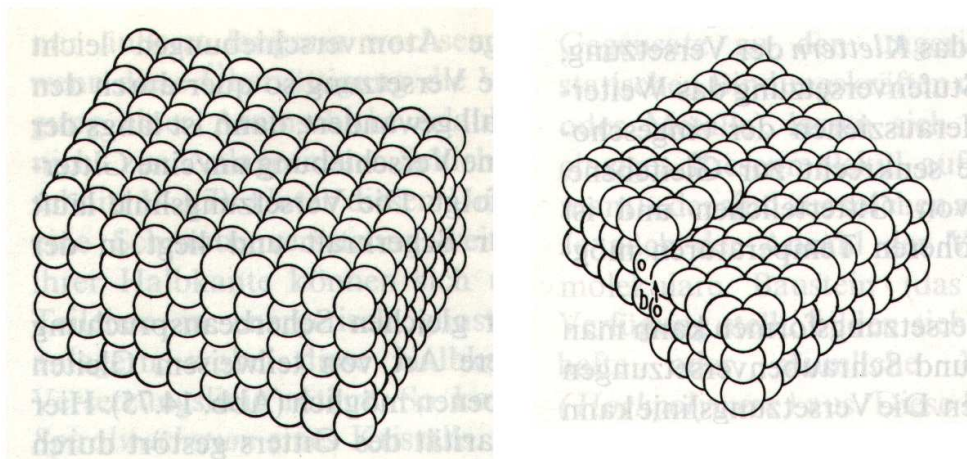


Abbildung 1: Links: Perfekt, Rechts: Mit Fehler

4

Simulated Annealing: Ursprung

Methode: Annealing

- Wiederhole, bis Kristall fertig:
  - Temperatur senken
  - Warte, bis Atome an ihrer Position  
(für diese Temperatur kleinste Energie)
- Wenn Temperaturschritte und Wartezeiten „richtig“:  
Ergebnis: Perfekter Kristall

5

Simulated Annealing: Ursprung

Kühlplan

- Schrittweite abhängig von Temperatur
- Höhere Temperatur: Atome leichter beweglich
- Niedrigere Temperatur: Atome träge
- Niedrigere Temperatur  $\Rightarrow$  kleinere Schritte
- Kühlplan ist wichtig für Güte

6

Simulated Annealing: Ursprung  
Metropolis-Simulation

- Simuliert Atombewegung im Material:
- Wiederhole, solange Verbesserung möglich:
  - Verschiebe ein Atom
  - Falls Gesamtenergie kleiner: akzeptieren
  - Falls Gesamtenergie größer:  
Mit Boltzmann-Wahrscheinlichkeit akzeptieren
- Anschliessend: Alle Atome an Position kleinster Energie (Kristallgitter)

7

Simulated Annealing: Methode  
Übertragung auf Optimierungsprobleme

- Atomposition  $\Leftrightarrow$  Parameterkonfiguration
- Energie  $\Leftrightarrow$  Kostenfunktion
- Temperatur: Fehlt!  $\Rightarrow$  Künstlich einführen
- Kühlplan aufstellen
- Kühlplan befolgen, bei jeder Temperatur Metropolis Simulation

8

Simulated Annealing  
Anwendung: TSP

- Tour-Darstellung: Permutation  $1 \dots N$
- Tour-Umordnung: Sequenz umdrehen  
Länge der Sequenz entspricht Schrittgröße
- Kostenfunktion: Länge der Tour
- Kühlplan: Empirisch ermittelt
- Erfolgreich durchgeführt für 6000 Städte  
(Kirkpatrick et al.)

9

Simulated Annealing: Anwendung  
Tour Umordnen

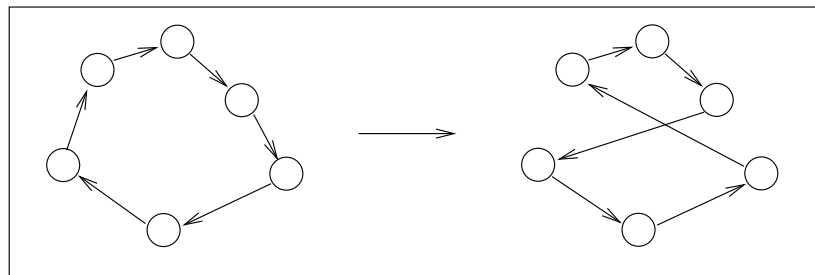


Abbildung 2: Umordnen eine Tour-Segments

10

## Simulated Annealing

### Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - Lokale Optima kein Problem
  - In der Praxis gut
  - Leicht auf andere Probleme übertragbar
  - Einfach zu implementieren
- Nachteile:
  - Güte schwer zu beweisen
  - Kühlplan-Ermittlung

11

## Tabu Search

- Meta-Strategie
- Idee: „Gedächtnis“
- Suche durch Verbot verbessern
- Suche durch Manipulation der Kostenfunktion lenken

12

Tabu Search  
Gedächtnistypen

Verschieden Typen für verschieden Aufgaben

- **Kurzzeitgedächtnis**  
lokale Optima vermeiden
- **Mittelzeitgedächtnis**  
Intensivierung der Suche
- **Langzeitgedächtnis**  
Suche an anderem Ort

13

Tabu Search  
Kurzzeitgedächtnis

- Bekannte lokale Optima nicht wiederfinden
- Methode: Tabu-Liste
- Speichern der letzten Züge
- Ignorieren des Tabus durch Aspirations-Liste

14

Tabu Search

## Mittelzeitgedächtnis

- Veranlasst **Intensivierung** der Suche
- Realisiert durch Addition eines Terms zur Kostenfunktion
- Weiter entfernte Lösungen werden teurer
- Kriterien für Einsatz aufgabenspezifisch

15

Tabu Search

## Langzeitgedächtnis

- Veranlasst Suche in anderem Bereich,  
**„Diversifikation“**
- Realisiert durch Addition eines Terms zur Kostenfunktion
- Näher gelegene Lösungen werden teurer
- Kriterien für Einsatz aufgabenspezifisch

16



Tabu Search  
Anwendung: TSP

Erweitern der Simulated-Annealing Lösung um:

- Tabu Liste: Variable oder feste Länge, ...
- Bei Wahl nächster Lösung Tabu-Liste beachten
- Viele gute Lösungen in Bereich: Intensivierung, lange Segmente teurer
- Wiederfinden gleicher Lösungen: Diversifikation, kurze Segmente teurer

Tabu Search  
Vor- und Nachteile

- Vorteile
  - Lokale Optima kein Problem
  - Auf viele Suchmethoden anwendbar
  - Gesteuerte Suche
- Nachteile
  - Manchmal schwer anwendbar
  - Theoretische Beweise

## Zusammenfassung

- Beide Strategien lösen das Problem lokaler Optima
- Simulated Annealing simuliert optimalen Abkühlprozess
- Tabu Search ist eine Metastrategie
- Kern von Tabu-Search ist das Gedächtnis

## Ausblick

Beide Verfahren können noch verfeinert werden:

- Simulated Annealing: Kühlplan-Optimierung
- Simulated Annealing: Boltzmann-Wahrscheinlichkeit austauschen
- Tabu-Search: Kriterien für Intensivierung und Diversifikation
- Tabu-Search: Kriterien für Aufnahme in - und Löschen aus Tabu-Liste