

# **PG 431 – Metaheuristiken**

**Seminar**

**Optimierung – Wie und warum?**

**Dirk Hoppe**

# Überblick

- Einführung
- Optimierungsverfahren
- Anwendungen

# Der Begriff Optimierung

Littger, Optimierung (1992):

„Unter Optimierung versteht man eine Planung einer Entscheidungsfragestellung in der Weise, dass eine bezüglich einer gewählten Zielsetzung optimale (beste) Alternative aus einer Reihe von Alternativen bestimmt wird.“

## Optimierungsproblem

- Eine Funktion die jeder Alternative einen reellen Wert zuweist, heißt Zielfunktion.
- Ein Optimierungsproblem besteht aus einer Menge von Alternativen  $M$  und einer zu minimierenden (maximierenden) Zielfunktion  $f: M \rightarrow \mathbb{R}$

# Problemrepräsentation

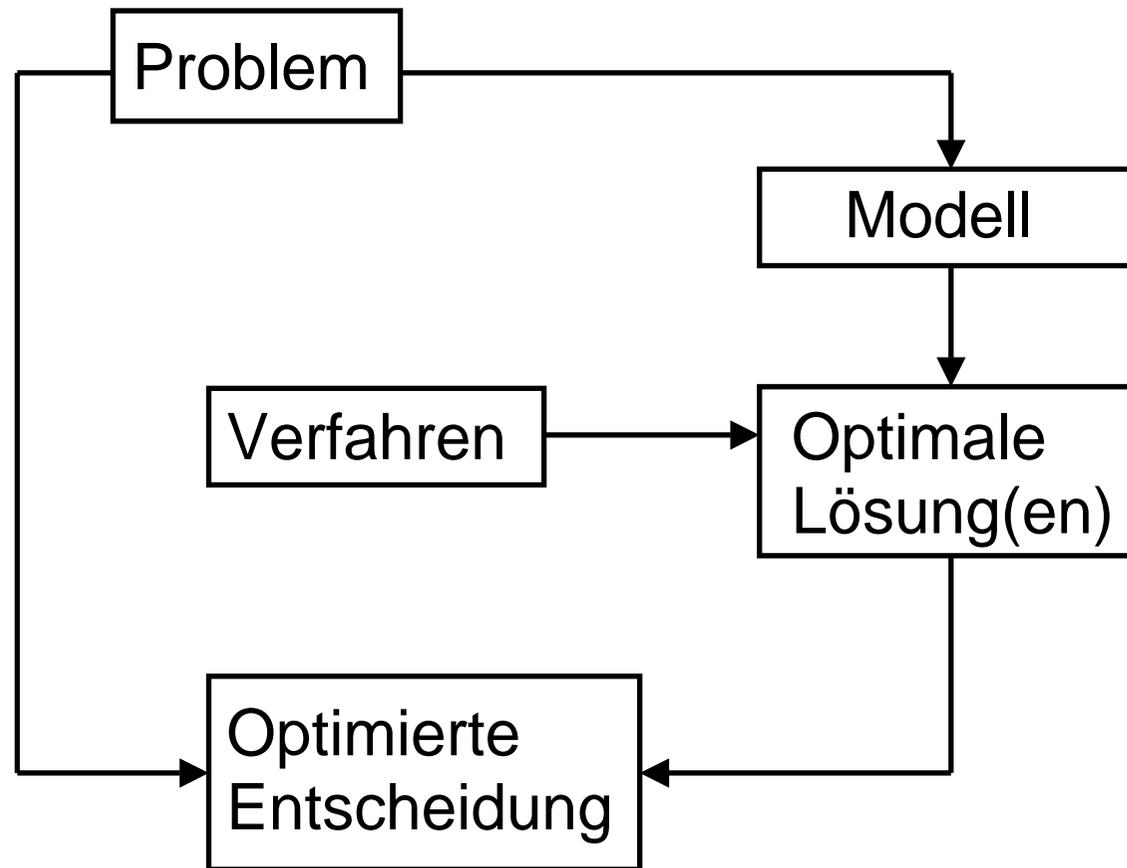
- Wie stelle ich Entscheidungsmöglichkeiten mathematisch dar?
- Freiheitsgrade werden als Variablen dargestellt
- Variablen können boolesche, natürliche, ganze oder reelle Zahlen sein
- Im allgemeinen geht man von reellen Zahlen aus, Zielfunktionsraum  $\mathbb{R}^n$

## Problemrepräsentation (Beispiel)

- Fabrikant verpackt Apfelsaft, modelliert Länge  
Breite, Höhe der Verpackung als reelle Zahlen
- Er erhält Kostenfunktion  $f(l, b, h): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$
- Nebenbedingungen (Restriktionen):
  - $h - 200 \leq 0$  (Ungleichungsnebenbedingung)
  - $l * b * h - 1000 = 0$  (Gleichungsnebenbedingung)

**Das Modell besteht aus der Zielfunktion und den Nebenbedingungen.**

# Optimierung als Prozess



# Optimierungsverfahren

Ein Optimierungsverfahren ist eine Methode, ausgehend von einem mathematischen Modell, mittels algorithmischem oder heuristischem Vorgehen, Lösungen mit minimalem (maximalem) Funktionswert zu finden.

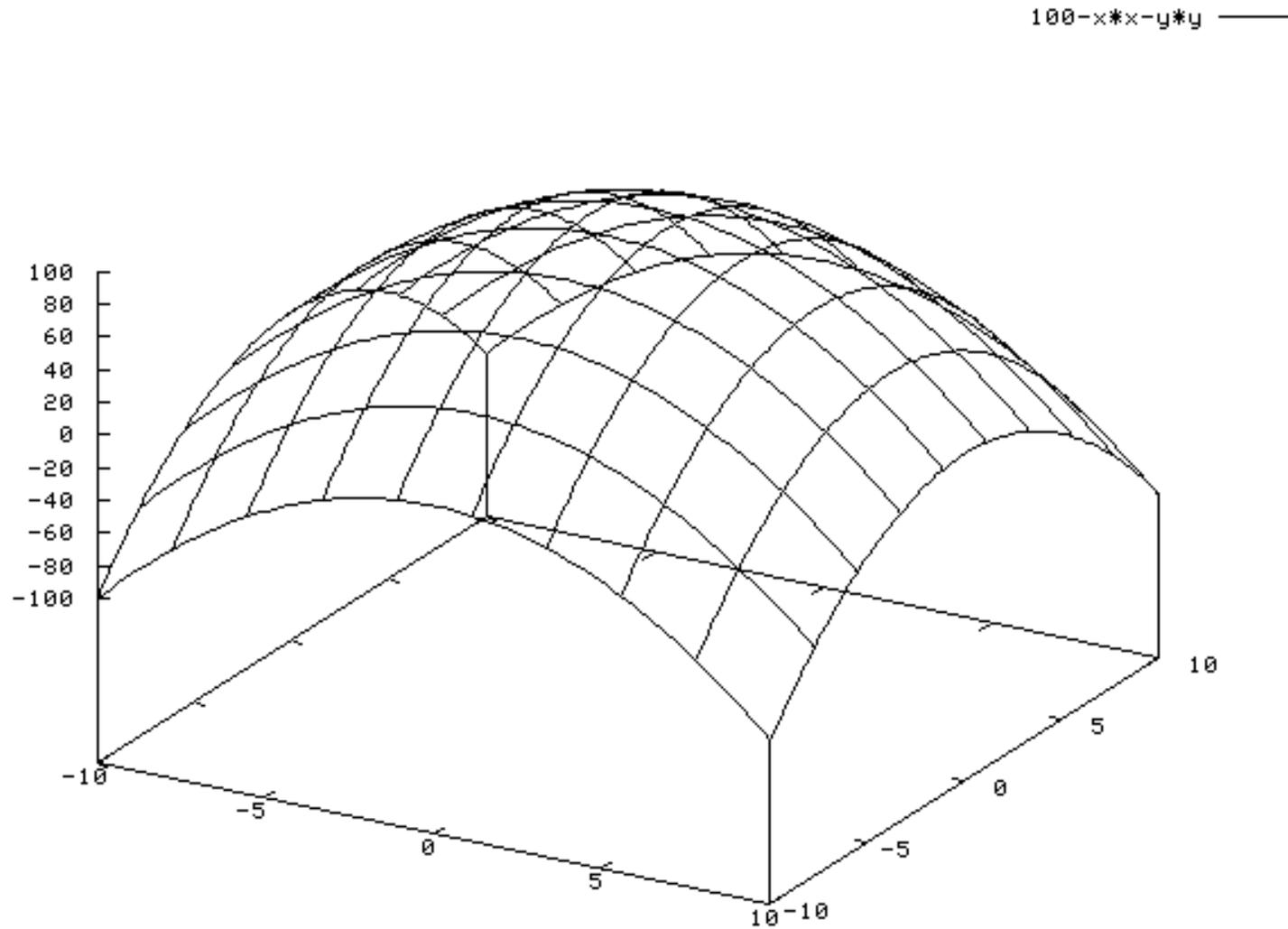
# Optimierungsverfahren

- Minimierung von  $f$  ist gleich Maximierung von  $-f$
- Algorithmen terminieren
- Heuristiken terminieren nicht, man bricht sie anhand eines geeigneten Kriteriums ab
- Heuristiken garantieren keine optimalen Lösungen; einige garantieren gute Lösungen, andere sind im worst case beliebig schlecht

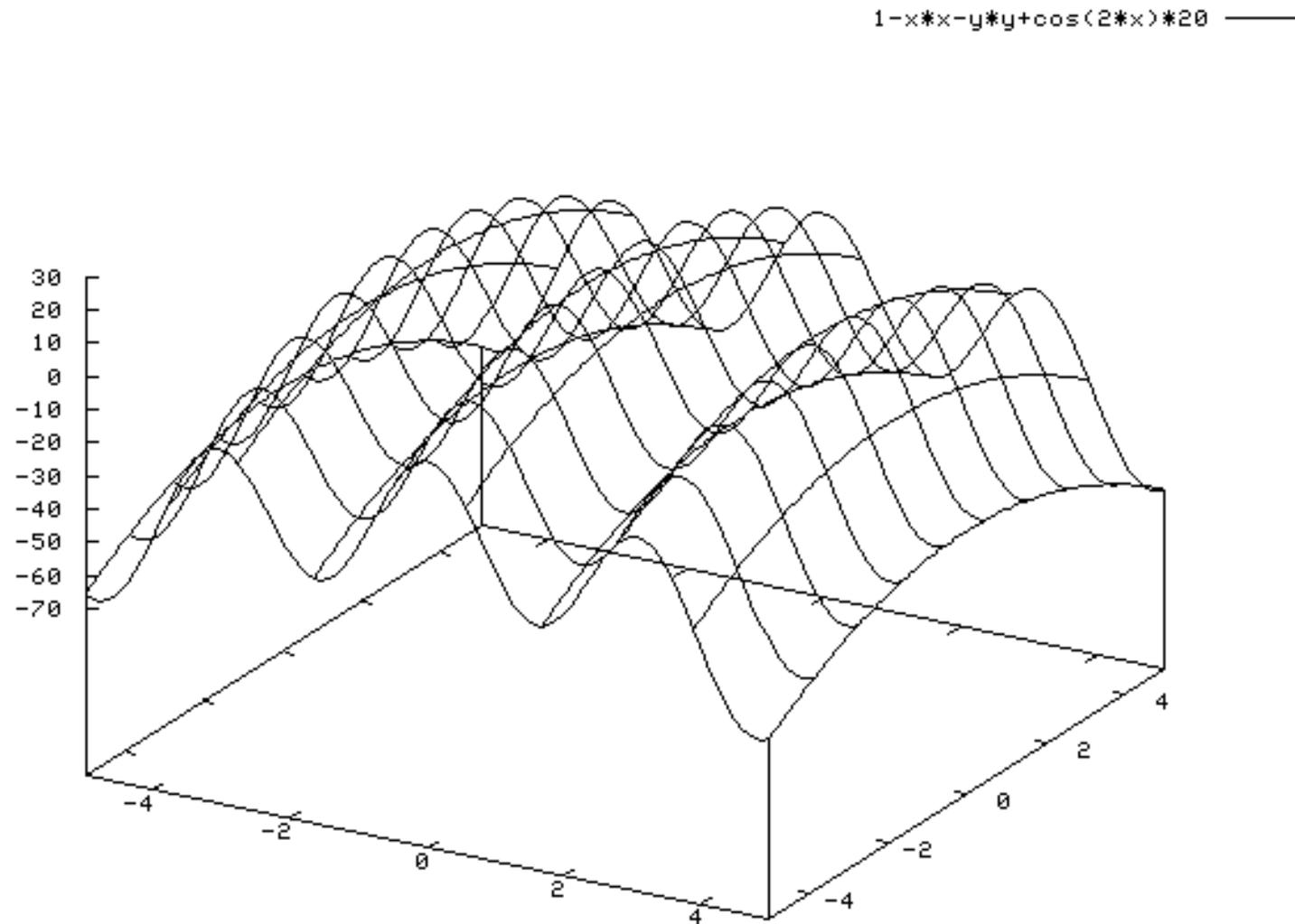
# Mathematische Verfahren

- Vollständige Enumeration  
Ist selbst bei endlichen Zielfunktionsräumen oft nicht praktikabel.
- Simplexalgorithmus
- Extremstellenbestimmung mittels Analysis
- Fixpunktverfahren
- Gradientenverfahren

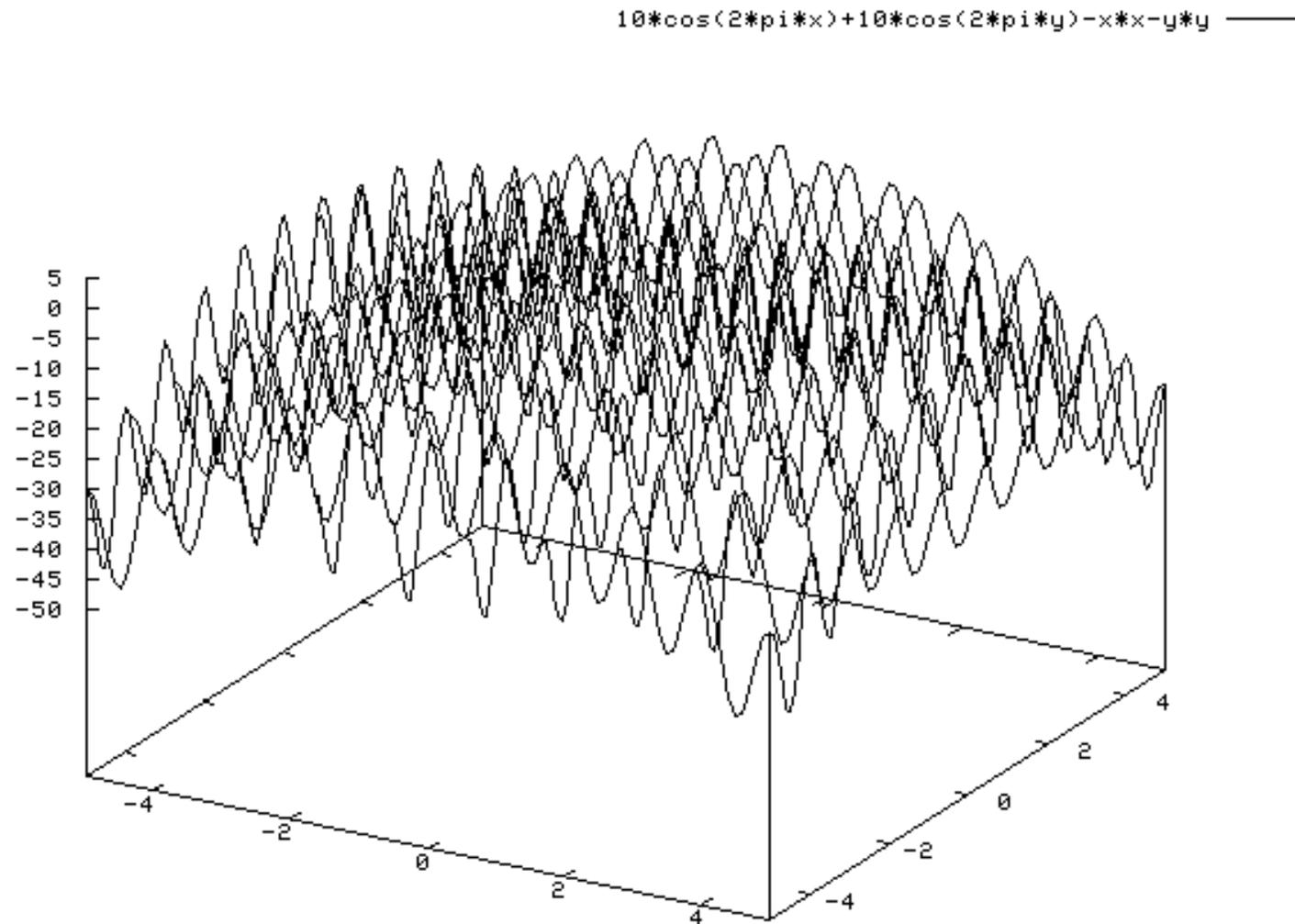
# Optimierung – Wie und Warum?



# Optimierung – Wie und Warum?



# Optimierung – Wie und Warum?



# Stochastic Iterative Methods

Werden durch folgenden Ablauf charakterisiert:

1. **Begin:** Generate and evaluate an initial collection of candidate Solutions  $S$ .
2. **Operate:** Produce and evaluate a collection of new candidate solutions  $S'$  by making randomized changes to (or 'operating' on) selected members of  $S$ .
3. **Renew:** Replace some of the members of  $S$  with some of the members of  $S'$ , and then (unless some termination criterion has been reached) return to 2.

# Stochastic Iterative Methods

Haben drei wichtige Vorteile:

1. Einfach zu implementieren:

Können oft in wenigen Zeilen geschrieben werden.

2. Sehr allgemein:

Keine Anforderungen an das Optimierungsproblem oder an die Beschaffenheit der Zielfunktion.

3. Erfolgreich:

Können gute Lösungen für viele akademische und praktische Probleme finden.

# Stochastic Iterative Methods

Bewährte und erprobte Verfahren:

Genetische Algorithmen (GA), Evolutionsstrategien (ES),  
Simulated Annealing und weitere

Relativ neue, bekannte Verfahren:

z.B. Memetic Algorithms, TABU Search, Ant Colony  
Optimization (ACO), Particle Swarm Optimization (PSO)

Relativ unbekanntere Verfahren:

Population based incremental learning (PBIL), Cultural  
Algorithms und viele weitere

# Steuerung von Kanalnetzen

**Problem:** Regelung von Zu- und Abflüssen zu Kläranlagen, in Abhängigkeit von Regenmenge

**Ziel:** Minimierung der Überläufe bei maximaler Ausnutzung der Kapazität der Kläranlage

$$J = \sum_{k=0}^K \left\{ \alpha_1 \sum_{i=1}^3 \psi[V_{i,\max} - V_i(k)]^2 + \alpha_2 s(k)^2 + \alpha_3 [r_{\max} - r(k)]^2 \right.$$

**Modell:** 
$$+ \alpha_4 \sum_{i=1}^3 [V_i(k) - v_i V_G(k)]^2 + \alpha_5 \sum_{i=1}^2 [q_i(k) - q_i(k-1)]^2 \left. \right\}$$

**Verfahren:** verschiedene Gradientenverfahren

# Optimierung – Wie und Warum?

# HDA Prozessoptimierung

**Problem:** Design von HDA-Anlagen

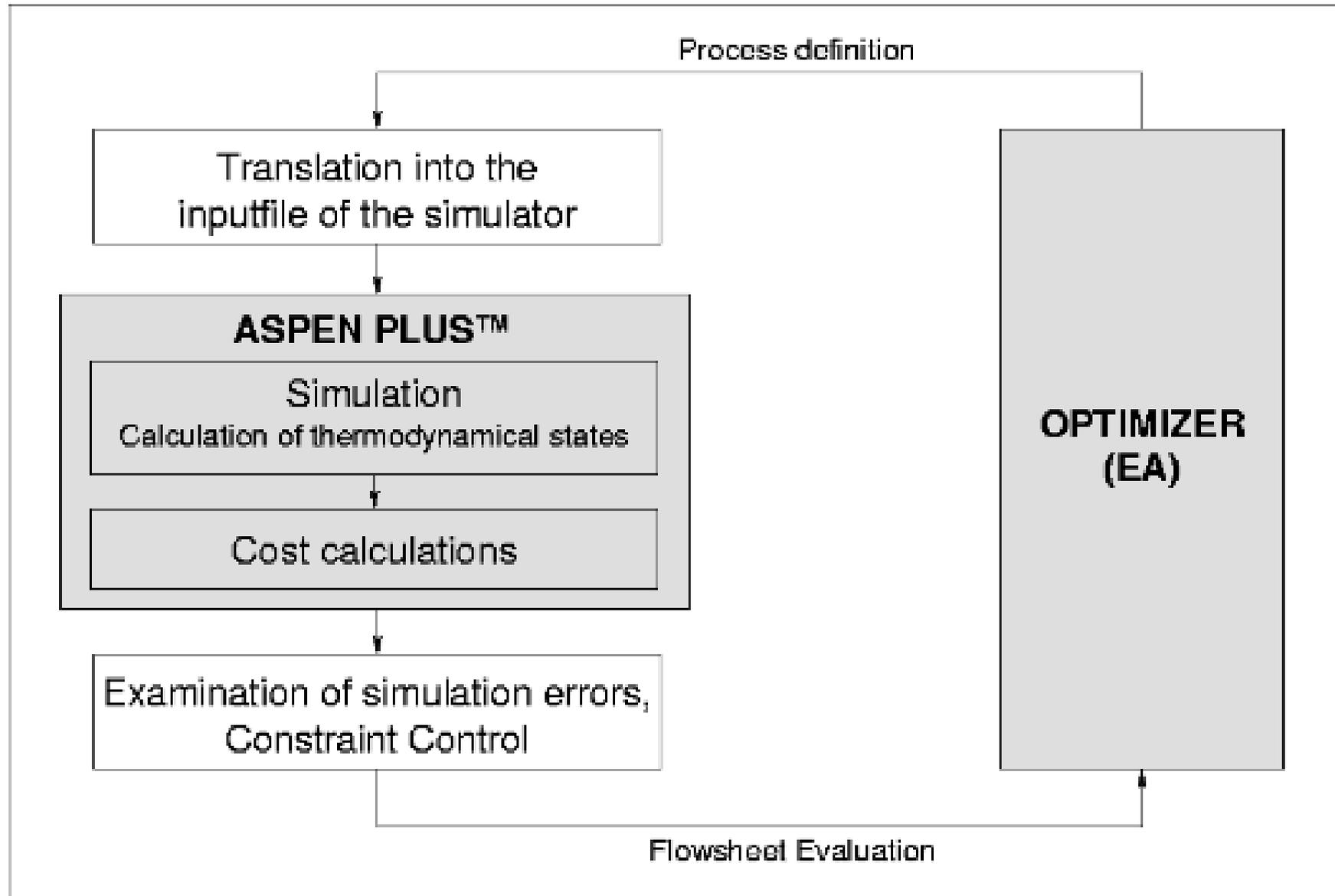
**Ziel:** Kosten senken und Wirkungsgrad erhöhen

**Modell:** Gemischte Repräsentation:

- Drücke, Temperaturen etc. als reelle Zahlen
- Anzahl von Lagen in Säulen als ganze Zahlen
- Kühlmittel als Mengen diskreter Werte

**Verfahren:** spezielle Evolutionsstrategie

# Optimierung – Wie und Warum?



# Modellierung kultureller Entwicklung

**Problem:** Modellierung kultureller Entwicklung  
anhand zugrundeliegender Prozesse

**Modell:** Populationsbasierte Modellierung  
kultureller Errungenschaften

**Verfahren:** Cultural Algorithms werden zur  
Modellierung eigens entwickelt

## Fazit

- Erfolgreiche Optimierung erfordert angemessene Modellierung des Problems
- Wahl des Optimierverfahrens hängt von der Beschaffenheit der Zielfunktion ab
- Optimierung sollte stets als Gesamtprozess angesehen und verstanden werden